

Разработчик: Войтицкий В.И., к.ф.-м.н., доцент

«31» 08 2022г.

Рецензент: Коноплин Н.А. к.ф.-м.н. доцент

(ФИО, ученая степень, ученое звание)

«31» 08 2022г.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по специальности 38.05.01 «Экономическая безопасность», специализация «Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности».

Программа обсуждена на заседании кафедры высшей математики протокол № 1 от «31» 08 2022 г.

И.о. зав. кафедрой Прудкий А.С., к.п.н. доцент

«31» 08 2022г.

Согласовано:

Председатель учебно-методической комиссии
Института экономики и управления АПК
Корольков А.Ф., к.э.н., доцент

«31» 08 2022г.

Зав. выпускающей кафедрой
экономической безопасности и права
Гупалова Т.Н., к.э.н., доцент

(ФИО, ученая степень, ученое звание)

(подпись)

«31» 08 2022г.

Зав. отделом комплектования ЦНБ

Ермилова Я.Б.
(подпись)

«31» 08 2022г.

СОДЕРЖАНИЕ

АННОТАЦИИ	4
1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	5
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ	5
3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ), СООТВЕТСТВЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	7
4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	7
4.1. Распределение трудоемкости дисциплины по видам работ по семестрам	7
4.2. Содержание дисциплины	7
4.3. Лекции и практические занятия	8
4.4. Перечень вопросов для самостоятельного изучения дисциплины	9
5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ	10
6. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	11
6.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и опыта деятельности	11
6.2. Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания	17
7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	18
7.1. Основная литература	18
7.2. Дополнительная литература	18
8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОМУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	18
8.1. Интернет-ресурсы	18
9. ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ	19
10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	19
10.1. Требования к аудиториям для проведения занятий	19
11. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ	20
12. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПРЕПОДАВАТЕЛЯМ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	20

АННОТАЦИИ

рабочей программы модульной учебной дисциплины Б1.Б.04.01 «Линейная алгебра»

для подготовки специалистов
по специальности 38.05.01 «Экономическая безопасность»,
специализация «Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности»

Цель освоения дисциплины: Целью изучения дисциплины «Линейная алгебра» является освоение студентами теоретических и практических знаний, использование основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, приобретение умений и навыков в применении основных методов обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований, разработка средств реализуемых информационных и цифровые технологий.

Место дисциплины в учебном плане: Дисциплина включена в обязательную часть учебного плана по специальности 38.05.01 «Экономическая безопасность».

Требования к результатам освоения дисциплины: в результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции: ОК – 1,1, ОК – 1,2, ОК – 1,3. Краткое содержание дисциплины: элементы линейной и векторной алгебры, элементы аналитической геометрии.

Общая трудоемкость дисциплины: 3 зач.ед. (108 часов)
Промежуточный контроль: Экзамен

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью изучения дисциплины «Линейная алгебра» является освоение студентами теоретических и практических знаний, использование основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, приобретение умений и навыков в применении основных методов обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований, разработка средств реализации информационных технологий.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Дисциплина «Линейная алгебра» включена в обязательный перечень дисциплин учебного плана базовой части. Дисциплина «Линейная алгебра» реализуется в соответствии с требованиями ФГОС ВО и Учебного плана по направлению 09.03.02 Информационные системы и технологии.

Дисциплина «Линейная алгебра» является основополагающей для изучения следующих дисциплин: математический анализ, компьютерная математика, теоретическая информатика, статистика, экономика и др.

Особенностью дисциплины является с одной стороны отсутствие предшествующих курсов в процессе обучения в вузе, а с другой – большое количество дисциплин, для которых математика и линейная алгебра являются основополагающими. Это влечёт за собой необходимость прикладывать особые усилия для формирования системы основных понятий, используемых для описания важнейших математических моделей и математических методов, раскрытия взаимосвязи этих понятий, формирования навыков самостоятельной работы, организации исследовательской работы.

Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра» для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТВЕТСТВЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся общепрофессиональных (ОПК) компетенций, представленных в таблице 1.

Требования к результатам освоения учебной дисциплины

№ п/п	Индикаторы компетентности	Содержание компетенции (или ее части)	Индикаторы компетентности	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны		Индикаторы	
				знать	уметь		
2	ОПК-1	Способны получать, анализировать, интерпретировать научные сведения; применять стандартные методы математического моделирования для решения профессиональных задач; анализировать и интегрировать информацию, полученную различными	ОПК-1.1 Знает предмет изучения, научные категории, основные теории и методы современной теории	ОПК-1.2 Умеет использовать основные положения и методы современных наук при решении и исследовании современных проблем	ОПК-1.3 Владеет навыками применения теории и методов экономической теории при решении прикладных задач	Использовать различные источники информации для решения задач профессиональной деятельности, применять различные формы информации	Могут ориентироваться в пространстве профессиональной деятельности и получать информацию

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ по семестрам
 Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зач. ед. (108 часов), их распределение по видам работ по семестрам представлено в таблице 2.

Таблица 2
 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ по семестрам

Вид учебной работы	Трудоёмкость	
	час.	
Общая трудоёмкость дисциплины по учебному плану	108	
I. Контактная работа:	10,4	
Аудиторная работа	10,4	
лекции (л)	4	
практические занятия (ПЗ), семинары (С)	6	
индивидуальная работа (ИР)		
курсовые работы (проект) (КР-КП) (консультации, защита)		
коллоквиум перед экзаменом	0,4	
2. Самостоятельная работа (СРС)	97,6	
контрольные работы	8	
самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (подготовка и повторение лекционных материалов и литературы, учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.)	81	
Подготовка к экзамену (контроль)	8,6	
Вид промежуточного контроля:	Экзамен	

4.2. Содержание дисциплины

Таблица 3

Тематический план учебной дисциплины

Наименование разделов и тем дисциплины (укрупнено)	Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа СР
		Л	ПЗ	ПКР	
Раздел 1 «Элементы линейной алгебры»	46	2	4	0	40
Раздел 2 «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»	53	2	2	0	49
Подготовка к экзамену	8,6	0	0	0	8,6
Контактная работа на промежуточном контроле (КР)	0,4	0	0	0,4	0
Итого по дисциплине	108	4	6	0,4	97,6

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Тема 1. Матрицы и определители

Матрицы, виды матриц. Операции над матрицами: сложение, умножение на число, умножение матриц, возведение в степень, транспонирование. Элементарные преобразования матриц. Ранг матрицы.

Определители. Обратная матрица. Понятие определителя n-го порядка. Свойства определителей. Линейно алгебраическое дополнение. Вычисление определителей.

Тема 2. Системы линейных уравнений

Основные понятия: матрица системы, расширенная матрица системы, решение системы, совместные и несовместные системы.

Методы решения систем n уравнений с n неизвестными: матричный метод, метод Крамера, метод Гаусса.

Раздел 2. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии

Тема 3. Элементы векторной алгебры

Векторы. Равные векторы, коллинеарные. Линейные операции над векторами: сложение, вычитание, умножение на число. Линейная зависимость векторов. Базис, разложение вектора по базису. Координаты вектора. Деление отрезка в заданном отношении. Скалярное произведение векторов.

Тема 4. Прямая линия

Уравнение линии. Прямая, различные формы ее уравнения: общее уравнение прямой, уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении, уравнение прямой в отрезках. Уравнение пучка прямых. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой.

Тема 5. Линии второго порядка

Общее уравнение линии второго порядка. Окружность. Эллипс, каноническое уравнение, его характеристики. Гипербола, каноническое уравнение, её характеристики. Парабола, каноническое уравнение, её характеристики.

Общее уравнение линии второго порядка. Окружность. Эллипс, каноническое уравнение, его характеристики. Гипербола, каноническое уравнение, её характеристики. Парабола, каноническое уравнение, её характеристики.

4.3. Лекции и практические занятия

Таблица 4

Содержание лекций, практических занятий и контрольные мероприятия

№ п/п	№ раздела	№ и название лекций, практических занятий	Формируемые компетенции	Вид контрольного мероприятия ²	Кол-во часов
1.		Тема 1. Матрицы и определители Лекция №1. Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами. Определители n-го порядка, их свойства. Практическое занятие №1. Операции над матрицами.	ОПК – 1	Устный опрос, решение задач у доски.	2
			ОПК – 1		6

¹ Количество час. из учебного плана (колонка Контроль), требуется указать (зачет или экзамен)

№ п/п	№ раздела	№ и название лекции, практических занятий	Формируемые компетенции	Вид контрольного мероприятия ²	Кол-во часов
	Тема 2. Системы линейных уравнений	Вычисление определителей по порядку. Практическое занятие №2 Решение систем методом Крамера, матричным методом и методом Гаусса	ОПК – 1	Устный опрос, решение задач у доски Индивидуальное домашнее задание №1 по теме «Элементы линейной алгебры», Контрольная работа №1	2
2.	Раздел 2. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии	Лекция №2 Векторы и линейные операции над ними.	ОПК – 1		4
	Тема 3. Элементы векторной алгебры	Практическое занятие №3 Линейные операции над векторами. Уравнение линии на плоскости. Различные виды уравнений прямой линии на плоскости.	ОПК – 1	Устный опрос, решение задач у доски Индивидуальное домашнее задание №2 по теме «Элементы векторной алгебры» Индивидуальное домашнее задание №3 по теме «Элементы аналитической геометрии», Контрольная работа №2	2
	Тема 4. Прямая линия				2

4.4. Перечень вопросов для самостоятельного изучения дисциплины

Таблица 5

Перечень вопросов для самостоятельного изучения дисциплины

№ п/п	№ раздела и темы	Перечень рисматриваемых вопросов для самостоятельного изучения
1.	Тема 1, 2	Раздел 1 Элементы линейной алгебры Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Обратная матрица. Способы нахождения обратной матрицы. Однородные системы линейных уравнений (ОПК-1)
2.	Тема 3, 4	Раздел 2 Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии Деление отрезка в заданном отношении. Ортогональный базис. Разложение вектора по базису. Скалярное произведение векторов. Угол между двумя прямыми. Условие параллельности и перпендикулярности прямых. (ОПК-1)
3.	Тема 5	Кривые второго порядка: окружность, эллипс, гиперболы. (ОПК-1)

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

Активные и интерактивные образовательные технологии не применяются.

6. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и опыта деятельности

Примерные вопросы для устного опроса

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

1. Что называется матрицей? Как определяются линейные операции над матрицами, и каковы их свойства?
2. Что называется произведением двух матриц? Каковы свойства произведённой матрицы?
3. Что называется определителем? Каковы основные свойства определителей?
4. Что называется минором и алгебраическим дополнением? Сформулируйте теорему Лапласа.
5. Что называется матрицей и расширенной матрицей системы линейных уравнений?
6. Что называется решением системы линейных уравнений? Какие системы называются совместными, а какие — несовместными?
7. Сформулируйте теорему Крамера. В каком случае она применима?
8. Что можно сказать о системе линейных уравнений, если её определитель равен нулю?
9. Сформулируйте элементарные преобразования над строками матрицы.
10. Что называется рангом матрицы? Как его можно найти?
11. Сформулируйте теорему Кронекера — Капелли.
12. Опишите метод Гаусса решения и исследования систем линейных уравнений.
13. Какие неизвестные в системе линейных уравнений, и в каком случае называют свободными, а какие базисными? Что называется общим решением системы линейных уравнений?
14. Какая матрица называется обратной для данной матрицы? Всегда ли существует обратная матрица? Как можно найти обратную матрицу?
15. В чём состоит матричный способ решения систем линейных уравнений?

Раздел 2. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии

16. Что называется вектором и модулем вектора?
17. Какие векторы называются коллинеарными, компланарными?
18. Какие операции над векторами называются линейными, и какие свойства этих операций?
19. Как выражаются координаты вектора через координаты его начальной и конечной точек?

20. Что называется склярным произведением двух векторов, каковы его свойства и как оно выражается через координаты векторов – сомножителей?
21. Запишите формулы для длины вектора, угла между двумя векторами и расстояния между двумя точками
22. Сформулируйте условия коллинеарности и перпендикулярности двух векторов.
23. Как определяется линейное (векторное) пространство? Приведите примеры.
24. Сформулируйте определение линейной зависимости и независимости векторов.
25. Что называется размерностью линейного пространства? Приведите примеры.
26. Какие линии и поверхности называются алгебраическими?
27. Что называется углом коэффициентов прямой на плоскости, и каков его геометрический смысл?
28. Что называется направляющим вектором прямой, нормальным вектором прямой?
29. Как записывается уравнение прямой, проходящей через две точки на плоскости?
30. Запишите общее уравнение прямой и укажите геометрический смысл параметров уравнения.
31. Как вычисляются углы между двумя прямыми?
32. Каковы условия параллельности и перпендикулярности двух прямых?
33. Каков геометрический смысл неравенства первой степени с двумя переменными?
34. Каковы канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы?
35. Что называется фокусами, директрисами и эксцентриситетом эллипса, гиперболы и параболы?
36. Что называется асимптотами гиперболы?
37. Запишите каноническое уравнение прямой в пространстве.
38. Запишите общее уравнение плоскости в пространстве и укажите геометрический смысл, входящих в него параметров.

Примерные задачи для контрольных работ (текущий контроль)

Конт рольная работа №1 по теме «Элементы линейной алгебры»

1. Даны матрицы А и В. Найдти матрицу $C = A \cdot B^T$.
2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ -3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ двумя способами:
- а) методом треугольников; б) разложением по элементам второго столбца.
3. Вычислите определитель, используя свойства и теорему Лапласа

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & -2 & 3 \\ 1 & -2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

4. Найдти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \\ -4 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Исследовать систему на совместность и найти её решение

$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 13, \\ -x + 4y + 2z = 13, \\ 3x - 2y - z = -4. \end{cases}$$

Контрольная работа №2 по теме «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»

1. Даны векторы $\vec{a} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 1,5\vec{k}$. Выяснить, будут ли они коллинеарны?
2. При каких значениях m будут перпендикулярны векторы $\vec{a} = m\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + m\vec{k}$?
3. Угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 30° . Вычислить скалярное произведение этих векторов, если $|\vec{a}| = 3$ и $|\vec{b}| = 8$.
4. Найдти угол между вектором $\vec{a} = (3; -2; 5)$ и осью ОХ.
5. Составьте уравнение прямой, проходящей через две точки $M(2; 3)$ и $N(1; 2)$. Преобразуйте его к общему уравнению. Сделайте чертёж.
6. Составьте уравнение прямой, перпендикулярной прямой $4x + 2y - 3 = 0$ и проходящей через точку $M(-3; 2)$.
7. Для кривой II порядка $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ найдти числовые характеристики. Сделайте чертёж.

Индивидуальное домашнее задание №1 по теме «Элементы линейной алгебры»

(варианты берутся из учебного пособия Гончарова З. Г. Математика – М.: Изд-во РГАУ – МСХА имени К. А. Тимирязева, 2011.)

1. Найдите значение выражения $A \cdot B^T - 2C^2$, если $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 & -3 \\ 3 & -1 & 2 & 4 \\ 3 & -3 & -4 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}$.
2. Вычислите определитель третьего порядка

$\begin{vmatrix} -3 & -4 & -1 \\ 1 & 2 & 6 \\ -5 & 7 & 1 \end{vmatrix}$ с помощью: 1) метода треугольников; 2) разложением по

элементам второго столбца; в) приведением определителя к треугольному виду.

3. Вычислите определитель 4-го порядка, используя свойства определителей

и теорему Лапласа

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & -3 & 1 \\ 3 & -3 & 5 & -2 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

4. Решите систему линейных уравнений $\begin{pmatrix} 2 & -3 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & -1 & 4 \end{pmatrix}$:

а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса; в) матричным методом.

4. Исследуйте систему линейных уравнений $\begin{pmatrix} 5 & 12 & 5 & 3 & 0 \\ 4 & 3 & 1 & 3 & 2 \\ 5 & 12 & 5 & 3 & 0 \end{pmatrix}$ на совмест-

ность. Если система совместная, то выясните, является она определённой или неопределённой. Для определённой системы найдите её единственное решение. Для неопределённой системы найдите общее решение и одно частное решение.

Индивидуальное домашнее задание №2 по теме «Элементы векторной алгебры»

(варианты берутся из учебного пособия: Дёмина Т. Ю., Неискашова Е.В., Иванцова Н. Н. – Высшая математика: Индивидуальные задания. – М.: Изд-во РГАУ – МСХА имени К. А. Тимирязева, 2008.)

1. На плоскости хОу даны точки А(1;-2); В(-3;-5); С(-2;-1). Постройте вектор $\vec{m} = \overline{AB} - 3\overline{BC}$.

2. Найдите длину вектора $2\overline{AB} - \overline{BC}$, если известно, что А(3;0;1); В(-2;0;4); С(-5;-1;3).

3. Найдите косинус угла между векторами $2\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{a} + 5\vec{b}$, если известно, что $\vec{a} = i + 5j + k$, $\vec{b} = i - 4j + 2k$.

4. При каком значении х векторы $\vec{a}\{-2; x; 1\}$ и $\vec{b}\{-x; x; -3\}$ будут взаимно перпендикулярными?

5. При каком значении у векторы $\vec{a}\{y; -1; 1\}$ и $\vec{b}\{2; -3; y - 1\}$ будут взаимно перпендикулярными?

6. Найдите скалярное произведение векторов $5\vec{a} - \vec{b}$ и $4\vec{a} + 2\vec{b}$, если известно, что $|\vec{a}| = 1$, $|\vec{b}| = 2\sqrt{3}$, а угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 30° .

Индивидуальное домашнее задание №3

по теме «Элементы аналитической геометрии»

(варианты берутся из учебного пособия Гончарова З. Г. Математика – М.: Изд-во РГАУ – МСХА имени К. А. Тимирязева, 2011.)

На плоскости даны точки А(-3; -2), В(0; 4), С(2; 2). Построить треугольник АВС.

Найти:

1) длину и уравнение стороны АС (записать общее, каноническое, уравнение с угловым коэффициентом, если это возможно);

2) косинус внутреннего угла треугольника при вершине В;

3) уравнение прямой, проходящей через точку В параллельно стороне АС;

4) уравнение высоты, проведённой из вершины В к стороне АС и длину этой высоты;

5) уравнение медианы, проведённой к стороне АС;

6) площадь треугольника АВС.

Критерии оценки выполнения контрольных и индивидуальных работ:

Шкала оценивания	Оценка
85-100% правильно решенных заданий	“5” (отлично)
60-84% правильно решенных заданий	“4” (хорошо)
40-59% правильно решенных заданий	“3” (удовлетворительно)
0-39% правильно решенных заданий	“2” (неудовлетворительно)

Примерный перечень вопросов к экзамену по дисциплине

1. Основные виды матриц (дать определения, привести примеры).
2. Линейные операции над матрицами (дать определения, привести примеры).
3. Умножение матриц (дать определения, привести примеры). Свойства операции умножения матриц (пояснить на примерах).
4. Определители I и III порядков (дать определения, привести примеры).
5. Свойства определителей (доказательство одного из них).
6. Миноры и алгебраические дополнения (дать определения, привести примеры).
7. Определитель n-го порядка, теорема Лапласа (доказать).
8. Обратная матрица (дать определение). Сформулировать условие существования обратной матрицы. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
9. Элементарные преобразования матрицы. Эквивалентные матрицы.
10. Ранг матрицы (дать определение, доказать теорему).
11. Основные понятия о системах линейных уравнений: решение системы, совместные и несовместные, определённые и неопределённые (дать определения, привести примеры).
12. Теорема Крамера (доказать). Привести пример решения системы двух уравнений с двумя неизвестными методом Крамера.
13. Матричный метод решения систем линейных уравнений. Привести пример решения системы двух уравнений с двумя неизвестными матричным методом.

14. Метод Гаусса в решении СЛУ (сформулировать суть метода, привести пример решения системы двух уравнений с двумя неизвестными методом Гаусса).
15. Теорема о совместности СЛУ (сформулировать). Общее решение и частные решения неопределённой СЛУ.
16. Определитель системы линейных уравнений. Теорема о неприменимости решения СЛУ (доказать).
17. Скалярные и векторные произведения. Вектор, равенство векторов (дать определения, привести примеры).
18. Линейные операции над векторами (дать определения, привести примеры). Свойства линейных операций (сформулировать).
19. Скалярное произведение векторов (дать определение). Свойства скалярного произведения (доказать любые два).
20. Разложение вектора по ортам координатных осей, координаты вектора (вывод).
21. Выражение скалярного произведения через координаты (вывести).
22. Коллинеарные векторы (дать определение, привести примеры). Необходимое и достаточное условие коллинеарности векторов (сформулировать теорему).
23. Необходимое и достаточное условие перпендикулярности двух ненулевых векторов (доказать теорему).
24. Н- мерный вектор, векторное пространство (дать определения, сформулировать аксиомы).
25. Линейная комбинация векторов, линейно зависимость и линейно независимые векторы, базис (дать определения, доказать теорему).
26. Системы координат, деление отрезка в заданном отношении (вывести формулу).
27. Уравнение линии на плоскости (дать определения, привести примеры). Уравнение окружности (вывести).
28. Уравнение прямой, проходящей через две точки (вывести, привести пример).
29. Уравнение прямой с угловым коэффициентом (вывести). Геометрический смысл параметров уравнения прямой с угловым коэффициентом. Частные случаи уравнения прямой с угловым коэффициентом.
30. Нормальный вектор прямой (дать определение). Общее уравнение прямой (вывести), частные случаи общего уравнения прямой.
31. Условие параллельности двух прямых (вывести формулу, привести пример).
32. Условие перпендикулярности двух прямых (вывести формулу, привести пример).
33. Угол между двумя прямыми (вывести формулу).
34. Расстояние от точки до прямой (вывести формулу).
35. Направляющий вектор прямой (дать определение). Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении (вывести уравнение, привести пример). Угол прямых.
36. Кривые II порядка (дать определение). Уравнение окружности (вывести).
37. Кривые второго порядка (дать определение). Эллипс (вывести каноническое уравнение) и его характеристики.
38. Кривые второго порядка (дать определение). Гипербола (вывести каноническое уравнение) и её характеристики.
39. Кривые второго порядка (дать определение). Парабола (вывести каноническое уравнение) и её характеристики.

Примерный перечень задач (текущий и промежуточный контроль)

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 3 & -3 & -1 \end{pmatrix}$. Найти произведение матриц.
4. $B \cdot V \cdot A$, если это возможно (полнить).

2. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти матрицы:
 - а) $C = 2A + 3B$; б) $C = A \cdot B^T$; в) $C = B - A^2$; г) $C = B^{-1}$.
3. Найти ранг матриц а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -4 & 2 \\ 5 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.
4. Решить матричное уравнение: $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$.
5. Дано матричное уравнение $A \cdot X \cdot B - C = D$. Записать формулу для нахождения матрицы X .
6. Решить системы линейных уравнений тремя способами: по формулам Крамера; матричным методом; методом Гаусса.
 - а) $\begin{cases} x - y = -1, \\ 2x + y = 7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 9, \\ 7x_1 + 8x_3 = -6. \end{cases}$
7. Исследовать СЛУ методом Гаусса; если она совместна, то найти её общее и одно частное решение: $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -4, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ -2x_1 - 2x_3 = 16. \end{cases}$
8. Даны точки $A(3; -2; 5)$ и $B(-1; 3; -1)$. Выразить вектор \vec{AB} через орты \vec{i} , \vec{j} , \vec{k} и найти длину его длины.
9. Даны точки $A(3; -2; 5)$ и $B(-1; 3; -1)$. Вычислить расстояние от начала координат до середины отрезка AB .
10. Вычислить скалярное произведение $(2\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{a}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 1$, $\vec{a} \perp \vec{b}$.
11. Даны векторы $\vec{a} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 1,5\vec{k}$. Выяснить, будут ли они коллинеарны?
12. При каких значениях m будут перпендикулярны векторы $\vec{a} = m\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + m\vec{k}$?
13. Угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 30° . Вычислить скалярное произведение этих векторов, если $|\vec{a}| = 3$ и $|\vec{b}| = 8$.
14. Найти угол между вектором $\vec{a} = (3; -2; 5)$ и осью Ox .
15. Выясните, являются ли следующие векторы линейно независимыми или линейно зависимыми: а) $\vec{a}_1 = (2; -4; 10)$, $\vec{a}_2 = (-1; 2; -5)$; б) $\vec{a}_1 = (3; -1; -2)$, $\vec{a}_2 = (0; 1; -4)$, $\vec{a}_3 = (-3; 1; 4)$.
16. Докажите, что векторы $\vec{e}_1 = (2; -3; 4)$, $\vec{e}_2 = (-2; 1; -4)$, $\vec{e}_3 = (0; -1; 2)$ образуют базис трёхмерного пространства и найдите координаты вектора $\vec{a} = (-2; -2; -6)$.
17. Составьте уравнение прямой, проходящей через две точки $A(-2; 3)$ и $B(1; -2)$. Преобразуйте его к общему уравнению. Сделайте чертёж.

18. Составьте уравнение прямой, заданной точкой $A(-3; 2)$ и направляющим вектором $s(2; 4)$. Укажите её угловой коэффициент. Сделайте чертёж.

19. Составьте уравнение прямой, заданной точкой $A(-3; 2)$ и нормальным вектором $\vec{n}(2; 4)$. Преобразуйте его к уравнению в отрезках. Сделайте чертёж.

20. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $A(-3; 2)$ и :

а) параллельно прямой $x + 3y - 2 = 0$;

б) перпендикулярно прямой $4x + 2y - 3 = 0$. Сделайте чертёж.

21. Даны кривые II порядка: а) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$; б) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$; в) $y^2 = -6x$. Найдите их числовые характеристики. Сделайте чертёж.

6.2. Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания

Виды текущего контроля: контрольные работы.

Виды промежуточного контроля: экзамен.

Для оценки работы студента по дисциплине используется следующая балльная структура оценки и шкала оценок:

1) После выполнения всех контрольных работ, запланированных в семестре, подчитывается среднее арифметическое оценок за контрольные вместе с оценкой за посещение занятий и активность на практических занятиях, которое округляется до ближайшего целого балла K_1 .

2) В случае сдачи экзамена при $K_1 > 2$ студент получает зачет, в случае сдачи экзамена при $K_1 > 2$ студент допускается к экзамену, на котором он получает 2 теоретических вопроса по программе и 2 задачи.

3) При правильном ответе на ($E_k - 1$) из 4-х поставленных вопросов студент получает E_k баллов. $E_k = 2, 3, 4, 5$.

4) Если $E_k = 2$ экзамен студентом не сдан, если $E_k > 2$, то итоговая оценка O_e выставляется по формуле: $O_e = (K_1 + E_k) / 2$ с округлением в ближайшую сторону ($(4+5)/2 = 4,5$ округляется до 5).

Критерии оценивания результатов обучения

Оценка	Критерии оценивания
Высокий уровень «3» (отлично)	оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы. Компетенции, закрепленные за дисциплиной, сформированы на уровне – высокий.
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку «хорошо» заслуживает студент, практические полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов; в основном сформировал практические навыки. Компетенции, закрепленные за дисциплиной, сформированы на уровне – хороший (средний).
Пороговый уровень «5» (удовлетворительно)	оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал; многие учебные задания либо не выполнены, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые прак-

треские навыки не сформированы. Компетенции, закрепленные за дисциплиной, сформированы на уровне – достаточный.	оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал; учебные задания не выполнены; практические навыки не сформированы. Компетенции, закрепленные за дисциплиной, не сформированы.
---	--

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1 Основная литература

- Демна Т. Ю., Нелекашова Е. В. – Математика: Сборник задач. – М.: Изд-во РГАУ – МСХА имени К. А. Тимирязева, 2010.
- Минорский В. П. Сборник задач по высшей математике. – М.: Физматлит, 2004.
- Шипачёв В.С. Высшая математика. – М.: Высшая школа, 2002.
- Демна Т. Ю., Иванцова Н. Н., Нелекашова Е. В. – Высшая математика: Индивидуальные задания. – М.: Изд-во РГАУ – МСХА имени К. А. Тимирязева, 2008.
- Золотаревская Д.И. Сборник задач по линейной алгебре. – М.: Изд-во МСХА, 2004.

7.2 Дополнительная литература

- Кремер Н. Ш. Высшая математика для экономистов. – ЮНИТИ, 2010.
- Демидович Б.П., Кудрявцев В.А. Краткий курс высшей математики. – М.: АСТ, 2005.
- Гончарова З. Г. Математика. Часть 1. – М.: Изд-во РГАУ – МСХА имени К. А. Тимирязева, 2011.
- Рудык Б. М., Ермаков В. И. и др. Общий курс высшей математики для экономистов. – М.: Инфра – М.: 2000.
- Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. – М.: Айрис-пресс, 2009.

8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

- <http://www.math.tlv/>(открытый доступ) - материалы по математике
- <http://alpinemathika.ru/> (открытый доступ) форум, математический сайт
- http://www.eurostepa.ru/educa/links/1_sduce.asp (открытый доступ) – сайты математической и образовательной направленности: учебные материалы, тесты
- <http://ru.wikipedia.org> (открытый доступ) Википедия
- <http://www.eurostepa.ru/> (открытый доступ) Образовательный математический сайт.
- <http://algebra.ru> (открытый доступ) - математическая энциклопедия.
- <http://mathem.h1.ru> (открытый доступ) - формулы и справочная информация по математике;
- <http://kxz.pl> (открытый доступ) - формулы и справочная информация по математике и физике.
- <http://mathprofi.ru/>(открытый доступ) - математические формулы и справочные материалы.
- <http://www.yandex.ru> (открытый доступ) Яндекс

9. ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

Перечень программного обеспечения

№	Наименование раздела учебной дисциплины	Наименование программы	Тип программы	Автор	Год разработки
1	Все разделы	UNITEХ Генератор вариантов контрольных работ	контролирующая	Карнаухов В.М.	2000г.

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

10.1. Требования к аудиториям для проведения занятий
Лекции и практические занятия проводятся в стандартно оборудованных аудиториях университета.

Сведения об обеспеченности специализированными аудиториями, кабинетами, лабораториями

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы (№ учебного корпуса, № аудитории)	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	
	1	2
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций, учебная аудитория для теоретического контроля и промежуточной аттестации, помещение для самостоятельной работы (26 уч.к., ауд.417)	Столы одноступенчатые 5 шт. Стулья 11 шт. Стол ученический с лавкой на металлкаркасе 15 шт. Доска классная (меловая) 1 шт.	Парты 32 шт. Стулья 1 шт. Доска меловая 1 шт.
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций, учебная аудитория для теоретического контроля и промежуточной аттестации, помещение для самостоятельной работы (28 уч.к., ауд.133)	Стол ученический с лавкой на металлкаркасе 16 шт. Доска настенная 3-элементная (меловая) 1 шт.	Стол ученический с лавкой на металлкаркасе 30 шт. Скамья на металлкаркасе 30 шт. Доска настенная 3-элементная (меловая) 1 шт.
Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций, учебная аудитория для теоретического контроля и промежуточной аттестации, помещение для самостоятельной работы (12 уч.к., ауд.114)		

Учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций (12 уч.к., ауд.225)	Стол учебный 17 шт. Стул 24 шт. Доска меловая-магнитная зеленая 1 шт.
---	---

Имеются также читальные залы и компьютерные классы ЦНБ им Н.И.Жегезнова.

11. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Важным фактором усвоения учебного материала является самостоятельная работа студентов. Она состоит из непрерывной работы по выполнению текущих заданий, индивидуальных заданий по разделам линейной алгебры.

Результативность самостоятельной работы студентов обеспечивается эффективной системой контроля, которая включает в себя опросы студентов по содержанию лекций, проверке выполнения текущих заданий, систематическую проверку выполнения индивидуальных заданий. Опросы по содержанию лекций и проверки выполнения текущих заданий проводятся на каждом практическом занятии, защита индивидуальных заданий в виде контрольной работы проводится перед экзаменом

Виды и формы отработки пропущенных занятий

Студент, пропустивший занятия обязан:

- 1) предоставить конспект пропущенных лекций и практических занятий;
- 2) выполнить текущие и индивидуальные задания (пропущенные) с последующей записью;
- 3) подготовиться к фронтальному опросу по материалу пропущенных лекций.

12. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПРЕПОДАВАТЕЛЯМ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

При преподавании курса необходимо ориентироваться на современные образовательные (в том числе цифровые) технологии. Аудиторная и самостоятельная работа должны быть направлены на углубление и расширение полученных знаний, на закрепление приобретенных навыков и применение формируемых компетенций. Кроме того, рекомендуется использовать дифференцированное обучение и активные методы проверки знаний при проведении контрольных работ. Это достигается путем организации индивидуальных самостоятельной работы студентов.

При проведении промежуточной аттестации важно учесть все виды работ, оценить уровень знаний студентов по всем разделам учебной дисциплины.

Примерный перечень экзаменационных вопросов должен доводиться до студентов в начале изучения дисциплины. При необходимости он может быть уточнен не позднее, чем за месяц до начала экзаменационной сессии. На его основе составляются экзаменационные билеты, утверждаемые заведующим кафедрой.

Программу разработал:

Войтицкий Виктор Иванович,
к.ф.-м.н., доцент кафедры высшей математики



РЕЦЕНЗИИ

на работу программы учебной модульной дисциплины
Б1.О.04.01 «Линейная алгебра» модуль

Б1.О.04 «Математика» ОПОП ВО по специальности:
38.05.01 «Экономическая безопасность»

Специализация: «Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности»

Колопным Николаем Александровичем, доцентом кафедры физики ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева», кандидатом технических наук (далее по тексту рецензент), проведена рецензия рабочей программы дисциплины «Линейная алгебра» ОПОП ВО по специальности: 38.05.01 «Экономическая безопасность», специализация «Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности», разработанной в ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева» на кафедре высшей математики (разработчик – Войтницкий Виктор Иванович, доцент кафедры высшей математики, кандидат физико-математических наук)

Рассмотрев представленные на рецензию материалы, рецензент пришел к следующим выводам:

1. Предъявленная рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра» (далее по тексту Программа) соответствует требованиям ФГОС ВО по специальности 38.05.01 «Экономическая безопасность». Программа содержит все основные разделы, соответствует требованиям к нормативно-методическим документам.
2. Представленная в Программе актуальность учебной дисциплины в рамках реализации ОПОП ВО не подлежит сомнению – дисциплина относится к обязательной части учебного цикла – Б1.
3. Представленные в Программе цели дисциплины соответствуют требованиям ФГОС ВО специальности 38.05.01 «Экономическая безопасность».
4. В соответствии с Программой за дисциплиной «Математический анализ» закреплены 6 _____ компетенций. Дисциплина «Математический анализ» и представленная Программа способна реализовать их в объявленных требованиях.
5. Результаты обучения, представленные в Программе в категориях знать, уметь, владеть соответствующей специфике и содержанию дисциплины и демонстрирующей взаимосвязь получения заявленных результатов.
6. Общая трудоёмкость дисциплины «Математический анализ» составляет 3 зач. ед. (108 часов).
7. Информация о взаимосвязи изучаемых дисциплин и вопросам исключения дублирования в содержании дисциплин соответствует действительности. Дисциплина «Математический анализ» взаимосвязана с другими дисциплинами ОПОП ВО и Учебного плана по направлению 38.05.01 «Экономическая безопасность».
8. Представленная Программа предполагает использование современных образовательных технологий, используемые при реализации различных видов учебной работы. Формы образовательных технологий соответствуют специфике дисциплины.
9. Виды, содержание и трудоёмкость самостоятельной работы студентов, представленные в Программе, соответствуют требованиям к подготовке выпускников, содержанием во ФГОС ВО специальности 38.05.01 «Экономическая безопасность».
10. Представленная и описанная в Программе форма межучебной оценки знаний (контрольная работа), соответствует специфике дисциплины и требованиям к выпускникам.
11. Форма промежуточного контроля знаний студентов, предусмотренная Программой, осуществляется в форме экзамена (семестр I), что соответствует статусу дисциплины, как дисциплины обязательной части учебного цикла – Б1 ФГОС ВО специальности 38.05.01 «Экономическая безопасность».

12. Формы оценки знаний, представленные в Программе, соответствуют специфике дисциплины и требованиям к выпускникам.

13. Учебно-методическое обеспечение дисциплины представлено: основной литературой – 5 источников (базовый учебник), дополнительной литературой – 5 наименований, интернет-ресурсами – 10 источников и соответствует требованиям ФГОС ВО специальности 38.05.01 «Экономическая безопасность».

14. Материально-техническое обеспечение дисциплины соответствует специфике дисциплины «Линейная алгебра» и обеспечивает использование современных образовательных, в том числе интерактивных методов обучения.

15. Методические рекомендации студентам и методические рекомендации преподавателям по организации обучения по дисциплине дают представление о специфике обучения по дисциплине «Линейная алгебра».

ОБЩИЕ ВЫВОДЫ

На основании проведенной рецензии можно сделать заключение, что характер, структура и содержание рабочей программы дисциплины «Математический анализ» ОПОП ВО по специальности 38.05.01 «Экономическая безопасность», специализация: «Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности» (квалификация выпускника – специалист), разработанная доцентом кафедры высшей математики, кандидатом физико-математических наук, Войтницким В.И., соответствует требованиям ФГОС ВО, современным требованиям экономики, рынка труда и позволит при её реализации успешно обеспечить формирование заявленных компетенций.

Рецензент: Колопный Н.А., доцент кафедры физики ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева», кандидат физико-математических наук

2022 г.