

Документ подписан простой электронной подписью  
Информация о владельце:  
ФИО: Хоружий Людмила Ивановна  
Должность: Директор института экономики и управления АПК  
Дата подписания: 15.07.2023 23:17:03  
Уникальный программный ключ:  
1e90b132d9b04dce67585160b015dddf2cb1e6a9



МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ -  
МСХА имени К.А. ТИМИРЯЗЕВА -  
(ФГБОУ ВО РГАУ - МСХА имени К.А. Тимирязева)

Институт экономики и управления АПК  
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ:  
Директор института  
экономики и управления АПК  
Хоружий Л.И.  
18 2022 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Б1.О.07 ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА

для подготовки бакалавров

ФГОС ВО

Направление: 38.03.01 Экономика

Направленности: финансовый и управленческий учет и аудит

в цифровой экономике,

финансы и кредит в цифровой экономике,

корпоративный учет и финансовый менеджмент,

мировая экономика и внешнеэкономическая деятельность,

экономика предприятий и организаций

Курс 1


Семестр 1

Форма обучения: очная

Год начала подготовки: 2022

Москва, 2022

Разработчик: Ненскашова Е.В., к.пед.н., доцент  
(ФГОС, учебная программа, учебные задания)

  
«31» 08 2022 г.

Рецензент: Кагирова М.В., к.э.н., доцент  
(ФГОС, учебная программа, учебные задания)

  
«31» 08 2022 г.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО по направлению подготовки 38.03.01 Экономика, профессиональных стандартов и учебного плана 2022 года начала подготовки.

Программа обсуждена на заседании кафедры высшей математики, протокол №1 от «31» августа 2022 г.

И.о. зав. кафедрой Прудкий А.С., к.пед.н.  
(ФГОС, учебная программа, учебные задания)

  
«31» августа 2022 г.

**Согласовано:**

Председатель учебно-методической  
комиссии института экономики и управления АПК  
к.э.н., доц. Корольков А.Ф.  
(ФГОС, учебная программа, учебные задания)

  
«31» 08 2022 г.


Заведующий выпускающей кафедрой экономики  
Чутчева Ю.В., д.э.н., доцент  
(ФГОС, учебная программа, учебные задания)

  
«31» 08 2022 г.

И.о. зав. выпускающей кафедрой  
бухгалтерского учета и налогообложения  
Постникова Л.В., к.э.н., доцент  
(ФГОС, учебная программа, учебные задания)

  
«31» 08 2022 г.

Заведующий выпускающей кафедрой  
мировой экономики и маркетинга  
Корольков А.Ф., к.э.н., доцент  
(ФГОС, учебная программа, учебные задания)

  
«31» 08 2022 г.

Заведующий отделом комплектования ЦНБ

  
«31» 08 2022 г.

## СОДЕРЖАНИЕ

Аннотация.....	4
<b>1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>4</b>
<b>2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ.....</b>	<b>5</b>
<b>3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА», СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ.....</b>	<b>6</b>
<b>4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>8</b>
4.1 РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТРУДОЁМКОСТИ ДИСЦИПЛИНЫ ПО ВИДАМ РАБОТ.....	8
ПО СЕМЕСТРАМ.....	8
4.2 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....	8
4.3 ЛЕКЦИИ И ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ.....	10
<b>5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ.....</b>	<b>12</b>
<b>6. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>12</b>
6.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности.....	12
6.2. Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания.....	21
<b>7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>22</b>
7.1 Основная литература.....	22
7.2 Дополнительная литература.....	23
<b>8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ.....</b>	<b>23</b>
<b>9. ОПИСАНИЕ МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЙ БАЗЫ, НЕОБХОДИМОЙ ДЛЯ ОСУЩЕСТВЛЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА ПО ДИСЦИПЛИНЕ.....</b>	<b>24</b>
<b>10. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ОБУЧАЮЩИМСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ. .</b>	<b>25</b>
Виды и формы отработки пропущенных занятий.....	25
11. Методические рекомендации преподавателям по организации обучения по дисциплине.....	25

## Аннотация

### рабочей программы учебной дисциплины Б1.О.07 «Линейная алгебра»

для подготовки бакалавра по направлению 38.03.01 Экономика  
направленностей: Финансовый и управленческий учет и аудит в цифровой  
экономике, Финансы и кредит в цифровой экономике, Корпоративный учет и  
финансовый менеджмент, Мировая экономика и внешнеэкономическая дея-  
тельность, Экономика предприятий и организаций

**Цель освоения дисциплины:** развитие математической культуры специали-  
стов, навыков математического мышления, навыков использования математических  
методов и основ математического моделирования, знакомство специалистов с осно-  
вами линейной алгебры, необходимыми для решения теоретических и практических  
задач аграрной науки и сельскохозяйственного производства.

**Место дисциплины в учебном плане:** дисциплина «Линейная алгебра»  
включена в обязательную часть учебного плана по направлению подготовки  
38.03.01 Экономика.

**Требования к результатам освоения дисциплины:** в результате освоения  
дисциплины формируются следующие компетенции (индикаторы): ОПК-2 (ОПК-  
2.1; ОПК-2.2; ОПК-2.3).

**Краткое содержание дисциплины:** Элементы линейной алгебры. Матрицы и  
их виды. Операции над матрицами. Определитель матрицы  $n$ -го порядка, свойства  
определителей. Элементарные преобразования матриц. Ранг матрицы. Понятие  
обратной матрицы. Линейные операторы. Собственные значения и собственные век-  
торы матрицы. Системы линейных уравнений, общий вид и свойства системы ли-  
нейных уравнений. Матричная форма записи системы уравнений. Методы решения  
систем линейных уравнений: с помощью обратной матрицы, методы Крамера, Гаус-  
са. Система линейных однородных уравнений, свойства ее решений. Фундаменталь-  
ная система решений. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений.

Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии. Вектор. Операции с  
векторами. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Основные  
теоремы о линейной зависимости. Уравнение прямой линии на плоскости. Геомет-  
рический смысл линейных неравенств и систем линейных неравенств с двумя пе-  
ременными. Задачи линейного программирования. Кривые второго порядка: эллипс,  
гипербола, парабола. Уравнение плоскости. Угол между двумя плоскостями. Рассто-  
яние от точки до плоскости. Уравнение прямой в пространстве.

**Общая трудоемкость дисциплины:** 144 часа (4 зач. ед.)

**Промежуточный контроль:** зачет с оценкой.

### 1. Цель освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Линейная алгебра» является развитие матема-  
тической культуры специалистов, навыков математического мышления, навыков ис-  
пользования математических методов и основ математического моделирования,

знакомство специалистов с основами линейной алгебры, необходимыми для решения теоретических и практических задач аграрной науки и сельскохозяйственного производства.

## **2. Место дисциплины в учебном процессе**

Дисциплина «Линейная алгебра» включена в обязательный перечень дисциплин учебного плана обязательной части. Дисциплина «Линейная алгебра» реализуется в соответствии с требованиями ФГОС ВО, ОПОП ВО, профессиональных стандартов и Учебного плана по направлению 38.03.01 Экономика.

Для изучения дисциплины необходимы знания курса математики в объеме общеобразовательной средней школы.

Дисциплина «Линейная алгебра» является основополагающей для изучения дисциплин, использующих математические методы.

Особенностью дисциплины является то, что она призвана дать представление о месте и роли математики в современном мире, мировой культуре и истории; обучить принципам математических рассуждений и математических доказательств (используя принципы индукции и дедукции); развить математическое мышление; привить навыки самостоятельной работы; заложить основы организации исследовательской работы.

Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра» для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине «Линейная алгебра», соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся компетенций, представленных в таблице 1.

Таблица 1

Требования к результатам освоения учебной дисциплины

№ п/п	Код компетенции	Содержание компетенции (или её части)	Индикаторы компетенций	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся должны:		
				знать	уметь	владеть
1.	ОПК-2	Способен осуществлять сбор, обработку и статистический анализ данных, необходимых для решения поставленных экономических задач	ОПК-2.1 Знает основные методы сбора и анализа информации для решения экономических задач, в том числе методы сбора, анализа и передачи информации с использованием цифровых средств и технологий	основные понятия линейной алгебры в объеме, необходимом для профессиональной деятельности	–	–
			ОПК-2.2 Умеет осуществлять поиск информации, сбор и анализ основных данных, необходимых для решения экономических задач с использованием цифровых средств и технологий	–	использовать базовые знания в области линейной алгебры для решения задач профессиональной деятельности	–
			ОПК-2.3 Владеет базовыми методами поиска, сбора информации и анализа данных, необходимых для решения поставленных экономических задач, а также специальными	–	–	навыками использования математического аппарата линейной алгебры в профессиональной деятельности

			современными инструмен- тами анализа и обработки данных для решения экономических задач на основе применения современных цифровых средств и технологий			
--	--	--	--	--	--	--

## 4. Структура и содержание дисциплины

### 4.1 Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ по семестрам

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 4 зач.ед. (144 часа), их распределение по видам работ семестрам представлено в таблице 2.

Таблица 2

#### Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ по семестрам

Вид учебной работы	Трудоёмкость (час.)
<b>Общая трудоёмкость</b> дисциплины по учебному плану	<b>144</b>
<b>1. Контактная работа:</b>	<b>68,35</b>
<b>Аудиторная работа</b>	<b>68,35</b>
<i>в том числе:</i>	
<i>лекции (Л)</i>	34
<i>практические занятия (ПЗ)</i>	34
<i>контактная работа на промежуточном контроле (КРА)</i>	0,35
<b>2. Самостоятельная работа (СРС)</b>	<b>75,65</b>
<i>самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, выполнение ИДЗ, подготовка к практическим занятиям, контрольным работам)</i>	66,65
<i>Подготовка к зачету с оценкой</i>	9
Вид промежуточного контроля:	<b>зачет с оценкой</b>

### 4.2 Содержание дисциплины

Таблица 3

#### Тематический план учебной дисциплины

Наименование разделов и тем дисциплин	Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа СР
		Л	ПЗ	ПКР	
Раздел 1 «Элементы линейной алгебры»	65	16	16	0	33
Раздел 2 «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»	69,65	18	18	0	33,65
Подготовка к зачету с оценкой	9	0	0	0	9
Контактная работа на промежуточном контроле (КРА)	0,35	0	0	0,35	0
<b>Всего за семестр</b>	<b>144</b>	<b>34</b>	<b>34</b>	<b>0,35</b>	<b>75,65</b>
<b>Итого по дисциплине</b>	<b>144</b>	<b>34</b>	<b>34</b>	<b>0,35</b>	<b>75,65</b>



## **Раздел 1 «Элементы линейной алгебры»**

### **Тема 1. «Элементы линейной алгебры».**

Матрицы и их виды. Операции над матрицами. Определитель матрицы  $n$ -го порядка, свойства определителей. Элементарные преобразования матриц. Ранг матрицы. Понятие обратной матрицы. Линейные операторы. Собственные значения и собственные векторы матрицы. Квадратичные формы.

### **Тема 2. «Системы линейных уравнений».**

Системы линейных уравнений, общий вид и свойства системы линейных уравнений. Матричная форма записи системы уравнений. Методы решения систем линейных уравнений: с помощью обратной матрицы, методы Крамера, Гаусса.

Система линейных однородных уравнений, свойства ее решений. Фундаментальная система решений. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений.

## **Раздел II. «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»**

### **Тема 3. «Элементы векторной алгебры».**

Вектор. Операции с векторами (сложение, умножение на число, скалярное произведение). Коллинеарные векторы. Необходимое и достаточное условия коллинеарности двух векторов. Координаты вектора. Необходимое и достаточное условие коллинеарности двух векторов в координатной форме.

Деление отрезка в данном отношении.

Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Основные теоремы о линейной зависимости.

### **Тема 4. «Элементы аналитической геометрии».**

Уравнение линии на плоскости. Уравнение прямой линии на плоскости. Направляющий и нормальный векторы прямой. Виды уравнения прямой. Взаимное расположение прямых на плоскости. Угол между двумя прямыми. Расстояние от точки до прямой. Геометрический смысл линейных неравенств и систем линейных неравенств с двумя переменными. Задачи линейного программирования.

Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.

Уравнение плоскости. Угол между двумя плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Уравнение прямой в пространстве.

### 4.3 Лекции и практические занятия

Таблица 4

#### Содержание лекций и практических занятий и контрольные мероприятия

№ п/п	№ и название раздела	№ и название лекций и практических занятий	Формируемые компетенции (индикаторы)	Вид контрольного мероприятия	Кол-во часов
1.	<b>Раздел 1. «Элементы линейной алгебры»</b>				
	<b>Тема 1. «Элементы линейной алгебры»</b>	Лекция № 1-4. Матрицы и их виды. Операции над матрицами. Определитель матрицы $n$ -го порядка, свойства определителей. Ранг матрицы. Понятие обратной матрицы.	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3		8
		Практическое занятие № 1. Матрицы, действия с ними. Перестановочные матрицы.	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	решение типовых задач, выполнение ИДЗ <sup>1</sup> №1	2
		Практическое занятие №2. Определитель матрицы.	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	решение типовых задач, выполнение ИДЗ №2	2
		Практическое занятие №3. Обратная матрица, способы ее нахождения.	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	решение типовых задач, выполнение ИДЗ №3	2
	<b>Тема 2. «Системы линейных уравнений»</b>	Лекция №5-8. Системы линейных уравнений, общий вид и свойства системы линейных уравнений. Матричная форма записи системы уравнений. Методы решения систем линейных уравнений: с помощью обратной матрицы, методы Крамера, Гаусса.	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3		8
		Практическое занятие №4-7. Системы линейных уравнений, методы решений.	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	решение типовых задач, выполнение ИДЗ №4-5; участие в учебной дискуссии по теме	8
		Практическое занятие №8. Элементы линейной алгебры.	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	контрольная работа №1	2

<sup>1</sup> ИДЗ – индивидуальное домашнее задание

<b>Раздел 2. «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»</b>					
2.	<b>Тема 3.</b> «Элементы векторной алгебры»	Лекция № 9-12. Вектор, операции с векторами. Координаты вектора. Деление отрезка в данном отношении. Линейная зависимость и линейная независимость векторов, основные теоремы о линейной зависимости.	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3		8
		Практическое занятие №9-11. Векторы, действия с ними. Координаты вектора. Линейная зависимость и линейная независимость векторов.	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	решение типовых задач, выполнение ИДЗ №6-7	6
2.	<b>Тема 4.</b> «Элементы аналитической геометрии»	Лекция № 13-17. Уравнение прямой линии на плоскости, взаимное расположение прямых на плоскости, расстояние от точки до прямой, геометрический смысл линейных неравенств и систем линейных неравенств с двумя переменными. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола. Уравнение прямой и плоскости в пространстве.	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3		10
		Практическое занятие №12-14. Прямая линия на плоскости. Геометрический смысл линейных неравенств. Задачи линейного программирования.	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	решение типовых задач, выполнение ИДЗ №8-9	6
		Практическое занятие №15. Кривые второго порядка.	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	решение типовых задач, выполнение ИДЗ №10	2
		Практическое занятие №16. Прямая и плоскость в пространстве	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	решение типовых задач, выполнение ИДЗ №11; участие в поисковой учебной дискуссии	2
		Практическое занятие №17. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии	ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3	контрольная работа №2	2

**Перечень вопросов для самостоятельного изучения дисциплины**

№ п/п	№ раздела и темы	Перечень рассматриваемых вопросов для самостоятельного изучения
<b>Раздел 1. «Элементы линейной алгебры»</b>		
1.	Тема 2. Системы линейных уравнений	Система линейных однородных уравнений, свойства ее решений. Фундаментальная система решений. Общее решение неоднородной системы линейных уравнений. (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3)
<b>Раздел 2. «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»</b>		
2.	Тема 4. Элементы аналитической геометрии	Задачи линейного программирования. (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3)
3.	Тема 4. Элементы аналитической геометрии	Уравнение прямой в пространстве, виды уравнения прямой. (ОПК-2.1, ОПК-2.2, ОПК-2.3)

### 5. Образовательные технологии

**Применение активных и интерактивных образовательных технологий**

№ п/п	Тема и форма занятия	Наименование используемых активных и интерактивных образовательных технологий
1.	Системы линейных уравнений, методы их решения	ПЗ Учебная дискуссия
2.	Прямая и плоскость в пространстве	ПЗ Поисковая учебная дискуссия

### 6. Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация по итогам освоения дисциплины

#### 6.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и (или) опыта деятельности

#### Примерные варианты контрольных работ

#### Контрольная работа №1

по теме «Элементы линейной алгебры»

- Найдите линейную комбинацию матриц  $2B + 3A$ , если
- Найдите произведение матриц  $AB$  и  $BA$  (если это возможно). Являются ли матрицы  $A$  и  $B$  перестановочными?

- Найдите ранг матрицы
 
$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 & -7 & 1 \\ 2 & -1 & 1 & 6 & -4 \\ -1 & 2 & -1 & -10 & 5 \\ 2 & -1 & 2 & 5 & -4 \end{pmatrix}.$$

4. Вычислите определитель 
$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 6 & 1 \end{vmatrix}.$$

5. Решите уравнение 
$$\begin{vmatrix} 3 & x & -x \\ 2 & -1 & 3 \\ x+10 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$$

6. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} 4x - 3y + 2z = 9 \\ 2x + 5y - 3z = 4 \\ 5x + 6y - 2z = 18. \end{cases}$$

7. Исследуйте систему 
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - x_4 = 8 \\ 2x_1 - x_2 - 4x_3 + 3x_4 = 1 \\ 4x_1 - 7x_2 - 18x_3 + 11x_4 = -13 \\ 3x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = 9. \end{cases}$$
 на совместность и в случае

совместности найдите ее решения.

8. Определите число инверсий в перестановке:

а) 5, 2, 4, 3, 1;

б)  $n, n - 1, n - 2, \dots, 3, 2, 1.$

### Контрольная работа №2

по теме «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»

1. Задан тетраэдр  $OABC$ . В базисе из ребер  $OA$ ,  $OB$  и  $OC$  найдите координаты вектора  $DE$ , где  $D$  и  $E$  – середины ребер  $OA$  и  $BC$ .

2. На плоскости заданы точки  $B(5;2)$ ,  $C(-3;3)$ , векторы  $\vec{a}(3;1)$ ,  $\vec{b}\left(-1; \frac{2}{5}\right)$ . Найдите координаты вектора  $BC$  в базисе  $\vec{a}, \vec{b}$ .

3. Даны векторы  $\vec{a}(4; -2; -4)$  и  $\vec{b}(6; -3; 2)$ . Найдите  $\text{pr}_{\vec{a}+\vec{b}}(\vec{a} - 2\vec{b})$ .

4. Заданы вершины треугольника  $A(-1; -2; 4)$ ,  $B(-4; -1; 2)$  и  $C(-5; 6; -4)$ ;  $BD$  – его высота, проведенная через вершину  $B$ . Найдите координаты точки  $D$ .

5. Найдите длину вектора  $2\vec{AB} - 3\vec{BC}$ , если известно, что  $A(3; 1; 1)$ ,  $B(2; 0; 4)$ ,  $C(1; -1; 8)$ .

6. Найдите угол между векторами  $\vec{a} + \vec{b}$  и  $\vec{a} - 2\vec{b}$ , если известно, что  $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - 3\vec{j} + \vec{k}$ .

7. Даны векторы  $\vec{a}(2; 3)$ ,  $\vec{b}(1; -3)$ ,  $\vec{c}(-1; 3)$ . При каком значении параметра  $\alpha$  векторы  $\vec{p} = \vec{a} + \alpha \cdot \vec{b}$  и  $\vec{q} = \vec{a} - 2 \cdot \vec{c}$  коллинеарны?

8. Являются ли векторы  $\vec{a}(1; -2; 3)$ ,  $\vec{b}(0; -1; -2)$ ,  $\vec{c}(-2; 3; 4)$  линейно независимыми?

9. Найдите длину вектора  $\vec{p} = 5\vec{a} - \vec{b}$ , если известно, что  $|\vec{a}| = 1$ ,  $|\vec{b}| = 2\sqrt{3}$ ,  $\angle(\vec{a}; \vec{b}) = 30^\circ$ .

10. Запишите уравнение прямой, заданной точкой  $M(2; -1)$  и нормальным вектором  $\vec{n}(-2; 3)$ . Найдите угловой коэффициент этой прямой, сделайте чертеж.

11. Заданы прямая  $l: -2x + y - 1 = 0$  и точка  $M(-1; 2)$ . Запишите уравнение прямой, проходящей через точку  $M$  параллельно заданной прямой  $l$ .

12. Треугольник  $ABC$  задан координатами своих вершин:  $A(1; 2)$ ,  $B(2; -2)$ ,  $C(6; 1)$ . Найдите расстояние от точки  $A$  до медианы  $BM$ .

13. Изобразите на плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют системе линейных неравенств  $\begin{cases} x - 2y + 4 \geq 0, \\ 2x + 3y - 8 \geq 0, \\ x - 4 \leq 0. \end{cases}$

14. Определите, какую линию на плоскости задает уравнение

$$9x^2 - 18x + 4y^2 + 16y - 11 = 0$$

и постройте эту линию в прямоугольной системе координат.

15. Напишите уравнение прямой, проходящей на расстоянии  $\sqrt{10}$  от точки  $A(5;4)$  перпендикулярно прямой  $2x + 6y - 3 = 0$ .

16. Напишите уравнение прямой, проходящей через начало координат перпендикулярно плоскости, заданной уравнением  $3x + 5z - 5 = 0$ .

### Примерные варианты индивидуальных домашних заданий

#### Индивидуальное домашнее задание №1

по теме «Матрицы, действия с ними»

1. Даны матрицы  $A$  и  $B$ . Найдите произведения матриц  $AB$  и  $BA$  (если они существуют).

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 3 & 5 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 1 & -2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

2. Найдите значение матричного многочлена  $f(x) = 2x^2 - x + 1$  от матрицы  $A = \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 4 & 2 \end{pmatrix}$ .

3. Найдите ранг матрицы  $\begin{pmatrix} 2 & 7 & 3 & 1 \\ 3 & 5 & 2 & 2 \\ 9 & 4 & 1 & 7 \end{pmatrix}$ .

#### Индивидуальное домашнее задание №2

по теме «Определитель матрицы»

Вычислите определитель: а)  $\begin{vmatrix} 5 & 1 & 2 & 7 \\ 3 & 0 & 0 & 2 \\ 1 & 3 & 4 & 5 \\ 2 & 0 & 0 & 3 \end{vmatrix}$ , б)  $\begin{vmatrix} 8 & 3 & 5 & 5 \\ 2 & 1 & 1 & 2 \\ -12 & 1 & 15 & 16 \\ -6 & -1 & -2 & 1 \end{vmatrix}$ .

#### Индивидуальное домашнее задание №3

по теме «Обратная матрица»

Найдите матрицы, обратные к данным:

$$\text{а) } \begin{pmatrix} -1 & 6 & 4 \\ 1 & -5 & -3 \\ 1 & -4 & -3 \end{pmatrix}; \quad \text{б) } \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 & 4 \\ -4 & 5 & 3 & -13 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

#### Индивидуальное домашнее задание №4

по теме «Системы линейных уравнений»

1. Решите систему линейных уравнений  $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 2 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 8. \end{cases}$  методом Крамера.

2. Решите с помощью обратной матрицы систему линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + x_3 = b_1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 4x_3 = b_2 \\ -3x_1 + 5x_2 - 6x_3 = b_3, \end{cases}$$

если: а)  $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$ ; б)  $\begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}$ .

**Индивидуальное домашнее задание №5**  
по теме «Системы линейных уравнений»

Решите следующие системы линейных уравнений методом Гаусса.

1.  $\begin{cases} x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 = 8 \\ -3x_1 + x_2 - 2x_3 + 5x_4 = 10 \\ -x_1 + 4x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -3 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 + x_4 = -1 \end{cases}$     2.  $\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 4x_4 = 1 \\ -4x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 = 3 \\ 3x_1 - x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 0 \\ 7x_1 - x_2 + x_3 = -3 \end{cases}$     3.  $\begin{cases} 11x_1 - 2x_2 - x_3 + 3x_4 = -3 \\ 4x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ -7x_1 + x_2 + x_3 - 4x_4 = 1 \\ 8x_1 - 2x_2 - 2x_3 + 2x_4 = 5 \end{cases}$

**Индивидуальное домашнее задание №6**  
по теме «Векторы, действия с ними»

- На плоскости  $xOy$  даны точки  $A(-1;2)$ ,  $B(1;4)$ ,  $C(0;5)$ . Постройте вектор  $\vec{m} = 2\vec{AB} - \vec{BC}$ .
- $O$  – точка пересечения диагоналей параллелограмма  $ABCD$ .  $P$  – середина стороны  $DC$ ,  $\vec{BO} = \vec{a}$ ,  $\vec{CP} = \vec{b}$ . Разложите по векторам  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$  вектор  $\vec{AP}$ .
- В параллелепипеде  $ABCDA_1B_1C_1D_1$   $\vec{AB} = \vec{p}$ ,  $\vec{AD} = \vec{q}$ ,  $\vec{AA_1} = \vec{r}$ . Точка  $N$  лежит на ребре  $A_1D_1$  так, что  $A_1N : ND_1 = 3 : 1$ , точка  $M$  – середина ребра  $BC$ . Разложите вектор  $\vec{MN}$  по векторам  $\vec{p}$ ,  $\vec{q}$ ,  $\vec{r}$ .
- В параллелепипеде  $ABCDA_1B_1C_1D_1$  точка  $M$  – середина ребра  $BC$ , точка  $K$  лежит на ребре  $C_1D_1$  так, что  $C_1K : KD_1 = 2 : 3$ ,  $\vec{AA_1} = \vec{p}$ ,  $\vec{C_1K} = \vec{q}$ ,  $\vec{CM} = \vec{r}$ . Разложите вектор  $\vec{BD_1}$  по векторам  $\vec{p}$ ,  $\vec{q}$ ,  $\vec{r}$ .
- Найдите длину вектора  $\vec{AC} - 2\vec{AB}$ , если известно, что  $A(-2;1;5)$ ,  $B(0;3;-1)$ ,  $C(2;1;-1)$ .
- Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a} + 3\vec{b}$  и  $2\vec{a} + \vec{b}$ , если известно, что  $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - 5\vec{k}$ ,  $\vec{b} = \vec{i} - \vec{j} + 2\vec{k}$ .
- При каком значении  $x$  векторы  $\vec{a}\{x; x; 2\}$  и  $\vec{b}\{1; x; -1\}$  будут взаимно перпендикулярны?
- При каком значении  $y$  векторы  $\vec{m}\{2; 4; y\}$  и  $\vec{n}\{y - 7; -2; -3\}$  будут коллинеарны?
- Найдите скалярное произведение векторов  $\vec{a} - \vec{b}$  и  $\vec{a} + 2\vec{b}$ , если известно, что  $|\vec{a}| = 2$ ,  $|\vec{b}| = 3$ ,  $\angle(\vec{a}; \vec{b}) = 60^\circ$ .

**Индивидуальное домашнее задание №7**  
по теме «Линейная зависимость векторов»

- Выясните, являются ли векторы  $\vec{a}(1;1;2)$ ,  $\vec{b}(2;-1;3)$ ,  $\vec{c}(3;-1;2)$  линейно зависимыми.

2. Известно, что векторы  $x; y; z$  линейно независимы. Выясните, являются ли векторы  $x; x + y; y + z$  линейно независимыми.

### Индивидуальное домашнее задание №8

по теме «Прямая линия на плоскости»

1. Напишите уравнение прямой, проходящей через точки  $A(2;1)$  и  $B(4;-3)$ . Найдите ее угловой коэффициент. Сделайте чертеж.
2. Найдите координаты точки пересечения прямых  $3x + 2y - 7 = 0$  и  $x - 4y + 7 = 0$ .  
Определите тангенс острого угла между этими прямыми. Сделайте чертеж.
3. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку  $M(4;2)$  параллельно прямой  $3x + 2y - 1 = 0$ .

### Индивидуальное домашнее задание №9

по теме «Геометрический смысл линейных неравенств»

1. Изобразите на плоскости множество точек, координаты которых удовлетворяют системе неравенств 
$$\begin{cases} x + y \leq 1, \\ y - x \leq 1, \\ y + 1 \geq 0. \end{cases}$$
2. Найдите наименьшее и наибольшее значения функции  $f(x; y) = -2x + 6y + 17$  на множестве, заданном системой неравенств 
$$\begin{cases} 2x + 3y \geq 6 \\ -x + y \leq 2 \\ x + y \leq 3 \end{cases}$$

### Индивидуальное домашнее задание №10

по теме «Кривые второго порядка»

1. Составьте уравнение окружности, проходящей через точки  $(1;-1)$ ,  $(2;6)$ ,  $(9;5)$ ; постройте окружность.
2. Определите область расположения кривой  $2y = \sqrt{3 - x^2 + 2x}$ . Постройте кривую.

### Индивидуальное домашнее задание №11

по теме «Прямая и плоскость в пространстве»

1. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точки  $M_1(-2;3;-5)$ ,  $M_2(1;2;-4)$  и  $M_3(5;0;-3)$ .
2. Даны точки  $M_1(1;-3;5)$  и  $M_2(3;2;0)$ . Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку  $M_1$  и перпендикулярной вектору  $\overline{M_1M_2}$ .
3. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку  $M(1;3;-2)$  и параллельной вектору  $\overline{P(3;-5;4)}$ .
4. Напишите уравнение прямой, проходящей через точки  $M_1(5;-3;2)$  и  $M_2(3;1;-2)$ .
5. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(2;-1;6)$  параллельно плоскости  $x + y - 2z + 5 = 0$ .
6. Найдите расстояние от точки  $A(3;9;1)$  до плоскости  $x - 2y + 2z - 3 = 0$ .
7. Напишите уравнение плоскости, проходящей через точку  $M(-1;-5;8)$  перпендикулярно прямой  $\frac{x+5}{3} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z+3}{2}$ .

**Примерные вопросы для проведения текущего контроля**



1. Система векторов состоит из одного ненулевого вектора. Является ли эта система линейно зависимой или независимой?
2. Дана система многочленов  $f_1(t) = 1 - t^2 + t^3$ ,  $f_2(t) = 2 + t^3$ ,  $f_3(t) = t^2$ ,  $f_4(t) = 1 + t^3$ . Найдите линейную комбинацию многочленов этой системы: а)  $3f_1(t) + f_2(t) - 3f_4(t)$ ; б)  $4f_1(t) + f_2(t) + f_3(t) - 4f_4(t)$ . Что можно сказать о заданной системе многочленов?
3. Для многочлена, полученного в предыдущей задаче, найдите другие разложения по системе  $f_1(t), f_2(t), f_3(t), f_4(t)$ .
4. Пусть вектор  $y$  линейно выражается через линейно зависимую систему векторов  $x_1, x_2, \dots, x_m$ . Покажите, что  $y$  имеет бесконечно много различных разложений по этой системе.
5. Система векторов  $x, y, z$  линейно независима. Являются ли линейно зависимыми или независимыми следующие системы векторов:  
а)  $x, x+y, x+y+z$ , б)  $x+y, y+z, z+x$ , в)  $x-y, y-z, z-x$ ?
6. Система векторов  $a_1, a_2, a_3, a_4$  линейно независима. Будет ли линейно зависима или независима система  $2a_1 - a_2, a_2, a_3, a_4$ ?
7. При каких значениях  $t$  разложение произвольного вектора  $b$  пространства  $R^3$  по векторам  $a_1 = (3, -1, t)$ ,  $a_2 = (0, 2, -1)$ ,  $a_3 = (0, -t^2, 2)$  будет единственным?
8. Векторы  $a_1, a_2, a_3$  образуют ортонормированный базис. Найдите скалярное произведение векторов  $(a_1 + a_2 + 3a_3)$  и  $(2a_1 + a_2)$ .
9. Пусть  $a, b, c$  – ненулевые векторы. При каком их взаимном расположении справедливо равенство:  $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$ ?
10. Матрицы  $A$  и  $B$  эквивалентны. Будут ли равны такие матрицы? Равны ли ранги этих матриц?
11. Как может измениться ранг матрицы, если изменить значение одного ее элемента?
12. Как может измениться ранг матрицы при добавлении к ней одной произвольной строки?
13. Даны матрицы  $A, B, C$ . Если  $AB = AC$ , то следует ли из этого равенства, что  $B = C$ ?
14. Обязательно ли существует произведение  $BA$  матрицы  $B$  на матрицу  $A$ , если  $AB = E$ ?
15. Составьте матрицу порядка  $n$ , для которой не существует обратной матрицы.
16. Покажите, что матрица  $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & -6 \end{pmatrix}$  не имеет обратной.
17. Матрица  $A$  имеет размеры  $3 \times 3$ . Какие размеры имеет матрица  $A^{-1}$ ?
18. Входит ли в определитель 7-го порядка произведение его элементов  $a_{43}a_{71}a_{23}a_{67}a_{34}a_{12}a_{56}$ ? Если да, то с каким знаком?
19. Дополните произведение элементов  $a_{13}a_{21}a_{56}a_{37}$  определителя 7-го порядка так, чтобы получить член этого определителя, входящий в него: а) со знаком  $+$ , б) со знаком  $-$ .

**20.** Найдите соотношение между индексами элементов определителя, стоящих: а) на главной диагонали; б) выше главной диагонали; в) ниже главной диагонали.

**21.** С каким знаком входит в определитель  $n$ -го порядка произведение элементов побочной диагонали?

**22.** Числа 221, 65, 182 делятся на 13. Не вычисляя значение определителя  $\begin{vmatrix} 2 & 2 & 1 \\ 0 & 6 & 5 \\ 1 & 8 & 2 \end{vmatrix}$ , докажите, что он тоже делится на 13.

**23.** Как изменится определитель, если: а) из каждой строки, кроме первой, вычесть предыдущие строки; б) из каждой строки, начиная со второй, вычесть предыдущую и в то же время из первой строки вычесть прежнюю последнюю строку?

**24.** Может ли частное решение однородной (неоднородной) системы линейных уравнений быть ее общим решением?

**25.** Что можно сказать о решении однородной системы линейных уравнений, если число уравнений: а) меньше числа неизвестных; б) равно числу неизвестных?

**26.** Может ли у однородной системы линейных уравнений не быть фундаментальной системы решений? Следует ли, что система линейных уравнений является однородной, из того, что сумма любых двух решений системы также является ее решением? Верно ли, что сумма двух любых решений системы линейных уравнений и произведение решения на любое число также являются ее решениями, если система: а) однородна; б) неоднородна?

**27.** Может ли нулевой вектор пространства  $R^n$  быть собственным вектором некоторой матрицы  $A$  порядка  $n$ ?

**28.** Запишите характеристическую матрицу для матрицы  $A$  и характеристический многочлен матрицы  $A$ :

$$1) A = \begin{pmatrix} 5 & 7 & 1 \\ 0 & 2 & 4 \\ 0 & 0 & -3 \end{pmatrix}; 2) A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 3 & 1 & \dots & 1 & 1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & n-1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 & n \end{pmatrix}.$$

**29.** Найдите все собственные значения матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 5 & 3 \\ 0 & -2 & 1 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ .

**30.** Запишите матрицу квадратичной формы  $L(x_1; x_2) = x_1^2 - 2x_1x_2 + 5x_2^2$ . Приведите эту квадратичную форму к каноническому виду.

**31.** Приведите к каноническому виду квадратичную форму  $L(x_1; x_2; x_3) = x_1x_2 - x_2^2 - 5x_3^2$ .

**32.** Является ли квадратичная форма  $L(x_1; x_2; x_3) = -4x_1^2 + 4x_1x_2 - x_2^2 - x_3^2$  отрицательно определенной?

**33.** Проведен отрезок от точки  $A(1; -1)$  до точки  $(-4; 5)$ . Найдите координаты точки, до которой нужно продлить его в том же направлении, чтобы длина его удвоилась.

34. Как расположены точки, имеющие одну и ту же проекцию на ось  $Ox$ ? на ось  $Oy$ ?

35. Какие геометрические образы соответствуют уравнениям:

а)  $2xy = 0$ ; б)  $x^2 + xy = 0$ ; в)  $x^2 + y^2 = 0$ ?

36. Даны две точки  $M_1(-3; 8)$  и  $M_2(2; 2)$ . На оси абсцисс найдите такую точку  $M$ , чтобы ломаная  $M_1MM_2$  имела наименьшую длину.

37. Прямые  $Ax + 2y - 7 = 0$  и  $x - y + 13 = 0$  образуют угол  $45^\circ$ . Найдите координаты нормального вектора первой прямой.

38. Найдите все направляющие векторы прямой  $3x - y + 7 = 0$ .

39. Для вектора  $a = (1; -3)$  найдите все ортогональные ему векторы.

40. Можно ли подобрать коэффициенты  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$  так, чтобы прямые  $5x - 3y + 1 = 0$  и  $\lambda_1x + \lambda_2y - 2 = 0$  совпали?

41. При каком значении  $\alpha$  прямые  $(\alpha + 1)x + (3 - \alpha)y - 8 = 0$  и  $(\alpha - 3)x + (2\alpha - 3)y = 0$  взаимно перпендикулярны?

42. При каком значении  $\alpha$  прямая  $x + y - \alpha = 0$  касается окружности  $x^2 + y^2 = 1$ ?

43. Пользуясь понятием определителей напишите уравнение прямой, проходящей через точку  $M_0(x_0; y_0)$  с направляющим вектором  $a = (p, q)$ .

44. Найдите условие необходимое и достаточное для того, чтобы три точки  $(x_1; y_1)$ ,  $(x_2; y_2)$ ,  $(x_3; y_3)$  лежали на одной прямой.

45. Лежат ли на одной прямой точки  $A(2; -3; 1)$ ,  $B(0; -11; 3)$ ,  $C(4; 5; -1)$ ?

46. В каких октантах могут быть расположены точки, координаты которых удовлетворяют одному из следующих условий:

1)  $x - y = 0$ ; 2)  $x + z = 0$ ; 3)  $xy > 0$ ; 4)  $xyz < 0$ ?

47. Где расположены точки  $A(0; 0; z)$ ,  $B(x; 0; z)$ ,  $C(0; y; z)$ ?

48. Длина радиус-вектора точки  $M$  равна 1. Может ли абсцисса точки  $M$  1) равняться 1; 2) равняться 2?

49. Как расположена точка в прямоугольной системе координат, если 1) одна ее координата равна нулю; 2) две ее координаты равны нулю?

50. Проходит ли плоскость  $2x + 5y - z = 0$  через одну из следующих точек:  $A(2; 1; 3)$ ,  $B(0; 2; 10)$ ,  $C(-3; -3; -3)$ ?

51. Пройдет ли окружность с центром в точке  $(-3; 4)$  и радиусом  $R = 5$  через начало координат?

52. Какие из точек  $A(-2; 7)$ ,  $B(1; 5)$ ,  $C(2; 3,9)$  лежат внутри круга, ограниченного окружностью  $(x + 2)^2 + (y - 1)^2 = 25$ ?

53. Какие линии определяются следующими уравнениями:

1)  $y = -2\sqrt{x^2 + 1}$ ; 2)  $x = -\sqrt{y^2 + 4}$ ?

### Примерный перечень вопросов к зачету с оценкой по дисциплине

#### Элементы линейной алгебры

1. Матрицы, виды матриц.

2. Действия с матрицами (сложение, умножение на число, умножение матриц), их свойства. Перестановочные матрицы, необходимое условие перестановочности двух матриц.

3. Определитель матрицы  $n$ -го порядка, свойства определителей.
4. Миноры и алгебраические дополнения. Разложение определителя по элементам произвольной строки или столбца.
5. Ранг матрицы. Ступенчатая матрица. Элементарные преобразования строк (столбцов) матрицы. Теорема о ранге ступенчатой матрицы.
6. Обратная матрица, необходимое условие существования обратной матрицы, теорема о единственности обратной матрицы в случае ее существования. Способы нахождения обратной матрицы.

7. Системы линейных уравнений, основная и расширенная матрицы системы, матричная форма записи системы линейных уравнений, равносильные системы.

8. Системы линейных уравнений и методы их решения: с помощью обратной матрицы, метод Крамера, метод Гаусса.

9. Системы однородных линейных уравнений, свойства решений.

### *Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии*

1. Вектор. Операции с векторами (сложение, умножение на число, скалярное произведение). Коллинеарные векторы. Необходимое и достаточное условия коллинеарности двух векторов.

2. Теоремы о разложении вектора по двум неколлинеарным векторам, о разложении вектора по трем некопланарным векторам.

3. Координаты вектора. Необходимое и достаточное условие коллинеарности двух векторов в координатной форме.

4. Скалярное произведение двух векторов, заданных координатами. Необходимое и достаточное условие перпендикулярности двух векторов, заданных координатами.

5. Деление отрезка в данном отношении.

6. Линейная зависимость и линейная независимость векторов. Основные теоремы о линейной зависимости.

7. Уравнение линии на плоскости. Вывод уравнения окружности.

8. Уравнение прямой линии на плоскости. Направляющий и нормальный векторы прямой. Уравнение прямой, заданной: точкой и направляющим вектором; точкой и нормальным вектором; точкой и угловым коэффициентом; двумя точками.

9. Взаимное расположение прямых на плоскости. Угол между двумя прямыми. Необходимые и достаточные условия параллельности и перпендикулярности двух прямых (заданных общими уравнениями, заданных в виде уравнений с угловым коэффициентом).

10. Общее уравнение прямой. Теорема о том, что любое уравнение первой степени относительно переменных  $x$ ,  $y$  определяет прямую линию на плоскости.

11. Расстояние от точки до прямой.

12. Геометрический смысл линейных неравенств и систем линейных неравенств с двумя переменными.

13. Кривые второго порядка: эллипс, гипербола, парабола.

14. Уравнение плоскости, заданной: точкой и нормальным вектором; тремя точками. Условия параллельности и перпендикулярности плоскостей. Угол между двумя плоскостями. Расстояние от точки до плоскости. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку параллельно заданной плоскости.

15. Уравнение прямой, заданной точкой и направляющим вектором. Уравнение прямой, проходящей через заданную точку перпендикулярно заданной плоскости.

16. Уравнение плоскости, проходящей через заданную точку перпендикулярно заданной прямой.

## 6.2. Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания

Для оценки знаний, умений, навыков и формирования компетенций во время изучения дисциплины используется балльно-рейтинговая система контроля и оценки успеваемости студентов, в основу которой положены принципы, в соответствии с которыми формирование рейтинга студента осуществляется в ходе текущего и промежуточного контроля знаний.

Виды текущего контроля: контрольная работа (аудиторная), индивидуальные домашние работы.

Вид промежуточного контроля: зачет с оценкой.

Во время изучения дисциплины «Линейная алгебра» студенты выполняют 2 контрольных работы и 11 индивидуальных домашних задания. За каждую контрольную работу и каждое индивидуальное домашнее задание студент получает определенное количество баллов, сумма которых и является его рейтингом, набранным за семестр.

Для оценки работы студента по дисциплине используется следующая балльная структура оценки и шкала оценок.

$S$  – максимальное количество баллов, которое студент может набрать в течение всего семестра;  $S = s_1 + s_2$ , где  $s_1$  – максимальное количество баллов, которое студент может набрать за выполнение одиннадцати индивидуальных домашних заданий,  $s_2$  – максимальное количество баллов, которое студент может набрать за выполнение трех контрольных работ, при этом  $s_1$  составляет 50% от  $s_2$ .

$S_1 = x_1 + x_2$ , где  $x_1$  – количество баллов, набранное студентом за выполнение одиннадцати индивидуальных домашних заданий,  $x_2$  – количество баллов, набранное студентом за выполнение двух контрольных работ.

Для получения зачета с оценкой студенту необходимо, чтобы все индивидуальные домашние задания и контрольные работы за данный курс были зачтены (т.е. по каждой работе набрано не менее 50% от максимального количества баллов). В том случае, если какие-либо из перечисленных работ не сданы или не зачтены, то студенту необходимо их отработать во время семестра.

По набранным баллам студент может получить зачет со следующими оценками по дисциплине без прохождения промежуточного контроля.

Таблица 7

набранный рейтинг	оценка
-------------------	--------

$\frac{S_1}{S} \geq 0,85$	Отлично
$0,7 \leq \frac{S_1}{S} < 0,85$	Хорошо
$0,5 \leq \frac{S_1}{S} < 0,7$	Удовлетворительно
$\frac{S_1}{S} < 0,5$	Неудовлетворительно

В том случае, если студент набрал менее 50% от максимального возможного количества баллов, он может во время зачетной недели написать итоговую работу и по ее результатам получить зачет с оценкой удовлетворительно (незачет с оценкой неудовлетворительно).

## 7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

### 7.1 Основная литература

1. Кремер Н.Ш. и др. Высшая математика для экономистов. – М.: ЮНИТИ–ДАНА, 2007
2. Демина Т.Ю., Неискашова Е.В. Математика. Сборник задач – М.: Изд-во РГАУ–МСХА, 2013.
3. Минорский В.П. Сборник задач по высшей математике. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
4. Шипачев В.С. Высшая математика. – М.: Высшая школа, 2008

### 7.2 Дополнительная литература

1. Демидович Б.П., Кудрявцев В.А. Краткий курс высшей математики. – М.: Наука, 1989
2. Демина Т.Ю., Иванцова Н.Н., Неискашова Е.В. Высшая математика. Индивидуальные задания – М.: Изд-во РГАУ–МСХА имени К.А. Тимирязева, 2008
3. Золотаревская Д.И. Сборник задач по линейной алгебре – М.: Изд-во МСХА, 2004
4. Лунгу К.Н., Норин В.П., Письменный Д.Т., Шевченко Ю.А. Сборник задач по высшей математике. 1.2 курсы/ Под ред. С.Н. Федина. – М.: Айрис-пресс, 2007.
5. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре – С.П.: Лань, 2008

## 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

1. <http://www.rsl.ru> Российская государственная библиотека (открытый доступ)
2. <http://www.allmath.ru> Математический портал (открытый доступ)
3. <http://www.mathedu.ru> Интернет-библиотека «Математическое образование: прошлое и настоящее» (открытый доступ)

4. <https://www.fxyz.ru> – формулы и справочная информация по математике и физике (открытый доступ)
5. <http://univertv.ru/video/matematika/> – образовательный видеопортал (открытый доступ)
6. <https://www.lektorium.tv> – просветительский проект Лекториум (открытый доступ)
7. <http://ru.wikipedia.org> – Википедия (открытый доступ)
8. <https://yandex.ru> – Яндекс (открытый доступ)
9. <http://google.ru> – Гугл (открытый доступ)
10. <http://rambler.ru> – Рамблер (открытый доступ)

## 9. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Таблица 8

### Сведения об обеспеченности специализированными аудиториями, кабинетами, лабораториями

Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы (№ учебного корпуса, № аудитории)	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
1	2
учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций, учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации, помещение для самостоятельной работы (28 уч.к., ауд.133)	Парты 32 шт. Стулья 1 шт. Доска меловая 1 шт.
учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций, учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации, помещение для самостоятельной работы (12 уч.к., ауд.114)	Стол ученический с лавкой на металлокаркасе 16 шт. Доска настенная 3-элементная (меловая) 1 шт.
учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций, учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации, помещение для самостоятельной работы (12 уч.к., ауд.220)	Стол ученический на металлокаркасе с подстольем 30 шт. Скамья на металлокаркасе 30 шт. Доска настенная 3-элементная (меловая) 1 шт.
учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций (12 уч.к., ауд.225)	Стол учебный 17 шт. Стул 24 шт. Доска меловая-магнитная зеленая 1 шт.
Центральная научная библиотека имени Н.И. Железнова, читальные залы	



## **10. Методические рекомендации обучающимся по освоению дисциплины**

Предшествующим курсом, на котором непосредственно базируется дисциплина «Линейная алгебра» является курс математики в объеме общеобразовательной средней школы, поэтому пробелы в школьных знаниях существенно влияют на успеваемость студентов. В случае возникновения вопросов при выполнении текущих домашних заданий, а также при выполнении индивидуальных домашних заданий, студенты могут задать вопросы преподавателю, используя ЭИОС университета.

### **Виды и формы отработки пропущенных занятий**

Для успешного освоения дисциплины необходимо систематическое посещение лекций и практических занятий, выполнение текущих домашних заданий, а также индивидуальных домашних заданий (участвующих в накоплении баллов за работу в течение семестра). В случае пропуска лекции (или практического занятия) необходимо ознакомиться с этим материалом самостоятельно и в случае возникновения вопросов обратиться к преподавателю за консультацией, согласно расписанию ее проведения. В случае пропуска аудиторной контрольной работы необходимо ее написать во время любой из консультаций, проводимых преподавателем для студентов.

## **11. Методические рекомендации преподавателям по организации обучения по дисциплине**

При преподавании курса необходимо ориентироваться на современные образовательные технологии. Аудиторная и самостоятельная работы должны быть направлены на углубление и расширение полученных знаний, на закрепление приобретенных навыков и применение формируемых компетенций. Кроме того, рекомендуется использовать дифференцированное обучение и активные методы проверки знаний при проведении контрольных работ. Это достигается путем организации индивидуальной самостоятельной работы студентов.

При проведении промежуточной аттестации (зачета с оценкой) важно учесть все виды работ, оценить уровень знаний студентов по всем разделам учебной дисциплины. С этой целью следует разработать и использовать рейтинговую систему оценки знаний студентов.

Примерный перечень вопросов для подготовки к зачету с оценкой должен доводиться до студентов в начале изучения дисциплины. При необходимости он может быть уточнен не позднее, чем за месяц до сдачи зачета с оценкой.

**Программу разработал:**

Неискашова Е.В., к. пед. н., доцент

---

(подпись)

## РЕЦЕНЗИЯ

на рабочую программу дисциплины Б1.О.07 «Линейная алгебра»  
ОПОП ВО по направлению 38.03.01 Экономика,  
направленности: финансовый и управленческий учет и аудит в цифровой экономике,  
финансы и кредит в цифровой экономике, корпоративный учет и финансовый  
менеджмент, мировая экономика и внешнеэкономическая деятельность,  
экономика предприятий и организаций  
(квалификация выпускника-бакалавр)

Кагировой Марией Вячеславовной, доцентом кафедры статистики и кибернетики ФГБОУ ВО РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева, кандидатом экономических наук (далее по тексту рецензент), проведено рецензирование рабочей программы дисциплины «Линейная алгебра» ОПОП ВО по направлению 38.03.01 – «Экономика», направленности: «Финансовый и управленческий учет и аудит в цифровой экономике», «Финансы и кредит в цифровой экономике», «Корпоративный учет и финансовый менеджмент», «Мировая экономика и внешнеэкономическая деятельность», «Экономика предприятий и организаций» (квалификация выпускника - бакалавр), разработанной в ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева», на кафедре высшей математики (работчик – Неискашова Е.В., доцент, к.пед.н.)

Рассмотрев представленные на рецензирование материалы, рецензент пришел к следующим выводам:

1. Предъявленная рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра» (далее по тексту Программа) соответствует требованиям ФГОС ВО по направлению 38.03.01 – «Экономика». Программа содержит все основные разделы, соответствует требованиям к нормативно-методическим документам.

2. Представленная в Программе **актуальность** учебной дисциплины в рамках реализации ОПОП ВО не подлежит сомнению – дисциплина относится к обязательной части учебного цикла – Б1.О.

3. Представленные в Программе **цели** дисциплины соответствуют требованиям ФГОС ВО направления 38.03.01 – «Экономика».

4. В соответствии с Программой за дисциплиной «Линейная алгебра» закреплена **1 компетенция (3 индикатора)**. Дисциплина «Линейная алгебра» и представленная Программа способна реализовать их в объявленных требованиях. Результаты обучения, представленные в Программе в категориях знать, уметь, владеть соответствуют специфике и содержанию дисциплины и демонстрируют возможность получения заявленных результатов.

5. Общая трудоёмкость дисциплины «Линейная алгебра» составляет 4 зачётных единицы (144 часа).

6. Информация о взаимосвязи изучаемых дисциплин и вопросам исключения дублирования в содержании дисциплин соответствует действительности. Дисциплина «Линейная алгебра» взаимосвязана с другими дисциплинами ОПОП ВО и Учебного плана по направлению 38.03.01 – «Экономика» и возможность дублирования в содержании отсутствует.

7. Представленная Программа предполагает использование современных образовательных технологий, используемые при реализации различных видов учебной работы. Формы образовательных технологий соответствуют специфике дисциплины.

8. Программа дисциплины «Линейная алгебра» предполагает проведение занятий в интерактивной форме.

9. Виды, содержание и трудоёмкость самостоятельной работы студентов, представленные в Программе, соответствуют требованиям к подготовке выпускников, содержащимся во ФГОС ВО направления 38.03.01 – «Экономика».

10. Представленные и описанные в Программе формы *текущей* оценки знаний (опрос, работа над домашним заданием и выполнение индивидуальных домашних заданий), соответствуют специфике дисциплины и требованиям к выпускникам.

Форма промежуточного контроля знаний студентов, предусмотренная Программой, осуществляется в форме зачета с оценкой, что соответствует статусу дисциплины, как дисциплины обязательной части учебного цикла – Б1.О ФГОС ВО направления 38.03.01 – «**Экономика**».

11. Формы оценки знаний, представленные в Программе, соответствуют специфике дисциплины и требованиям к выпускникам.

Учебно-методическое обеспечение дисциплины представлено: основной литературой – 4 источника, дополнительной литературой – 5 наименований, Интернет-ресурсы – 10 источников и соответствует требованиям ФГОС ВО направления 38.03.01 – «**Экономика**».

12. Материально-техническое обеспечение дисциплины соответствует специфике дисциплины «Линейная алгебра» и обеспечивает использование современных образовательных, в том числе интерактивных методов обучения.

13. Методические рекомендации студентам и методические рекомендации преподавателям по организации обучения по дисциплине дают представление о специфике обучения по дисциплине «Линейная алгебра».

### **ОБЩИЕ ВЫВОДЫ**

На основании проведенного рецензирования можно сделать заключение, что характер, структура и содержание рабочей программы дисциплины «Линейная алгебра» ОПОП ВО по направлению 38.03.01 – «**Экономика**», направленности «Финансовый и управленческий учет и аудит в цифровой экономике», «Финансы и кредит в цифровой экономике», «Корпоративный учет и финансовый менеджмент», «Мировая экономика и внешнеэкономическая деятельность», «Экономика предприятий и организаций» (квалификация выпускника - бакалавр), разработанная Неискашовой Е.В., доцентом, кандидатом педагогических наук, соответствует требованиям ФГОС ВО, современным требованиям экономики, рынка труда и позволит при её реализации успешно обеспечить формирование заявленных компетенций.

Рецензент: Кагирова М.В.,

доцент кафедры статистики и кибернетики

РГАУ-МСХА имени К.А. Тимирязева, к.э.н.

(подпись)

«\_\_» \_\_\_\_\_ 2022 г.