

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Хоружий Людмила Ивановна

Должность: Директор института экономики и управления АПК

Дата подписания: 16.01.2026 16:01:37

Уникальный цифровой ключ:

1e90b131a9b04a67585160b015dddf2cb1e6a9



МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«РОССИЙСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ АГРАРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ –
МСХА имени К.А. ТИМИРЯЗЕВА»
(ФГБОУ ВО РГАУ - МСХА имени К.А. Тимирязева)

Институт экономики и управления АПК
Кафедра высшей математики

УТВЕРЖДАЮ:
Директор института
экономики и управления АПК
Л.И. Хоружий
“ 28 ” 08 2025 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.22 Линейная алгебра

для подготовки бакалавров

ФГОС ВО

Направление: 09.03.03 Прикладная информатика

Направленность: Системы искусственного интеллекта

Курс 1

Семестры 1

Форма обучения: очная

Год начала подготовки: 2025

Москва, 2025

Разработчик (и): Лапшин М.С., ассистент
(ФИО, ученая степень, ученое звание) _____
_____ (подпись)

_____ (ФИО, ученая степень, ученое звание) _____ (подпись)
«28» августа 2025 г.

Рецензент: Коноплин Н.А., к.ф-м.н., доцент
(ФИО, ученая степень, ученое звание) 
_____ (подпись)
«28» августа 2025 г.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО, профессионального стандарта и учебного плана по направлению подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика»

Программа обсуждена на заседании кафедры высшей математики
протокол №1 от «28» августа 2025 г.

И.о. зав. кафедрой
высшей математики Прудкий А.С., к.пед.н., доцент
(ФИО, ученая степень, ученое звание) 
_____ (подпись)
«28» августа 2025 г.

Согласовано:

Председатель учебно-методической комиссии
института экономики и управления АПК
Гупалова Т.Н., к.э.н., доцент
(ФИО, ученая степень, ученое звание) 
_____ (подпись)
«28» августа 2025 г.

И.о. заведующего выпускающей кафедрой
прикладной информатики Худякова Е.В., д.э.н., профессор
(ФИО, ученая степень, ученое звание) 
_____ (подпись)
«28» августа 2025 г.

Заведующий отделом комплектования ЦНБ 

СОДЕРЖАНИЕ

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	4
2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ	4
3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	5
4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	6
4.1. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТРУДОЁМКОСТИ ДИСЦИПЛИНЫ ПО ВИДАМ РАБОТ ПО СЕМЕСТРАМ	8
4.2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	8
4.3. ЛЕКЦИИ И ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАНЯТИЯ	10
4.4. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОГО ИЗУЧЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	12
5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ	12
6. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	12
6.1. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ, НЕОБХОДИМЫЕ ДЛЯ ОЦЕНКИ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ И НАВЫКОВ И ОПЫТА ДЕЯТЕЛЬНОСТИ	13
ПРИМЕРНЫЙ ПЕРЕЧЕНЬ ЗАДАЧ (ТЕКУЩИЙ И ПРОМЕЖУТОЧНЫЙ КОНТРОЛЬ)	19
6.2. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ КОНТРОЛЯ УСПЕВАЕМОСТИ, ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ	21
7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	21
8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ	22
9. ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ	23
10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ	23
10.1. ТРЕБОВАНИЯ К АУДИТОРИЯМ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЗАНЯТИЙ	23
11. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ	24
Виды и формы отработки пропущенных занятий	24
12. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПРЕПОДАВАТЕЛЯМ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ	24

АННОТАЦИЯ
рабочей программы учебной дисциплины
Б1.О.22 «Линейная алгебра» для подготовки бакалавра
по направлению 09.03.03 «Прикладная информатика» направленности:
«Системы искусственного интеллекта»

Цель освоения дисциплины: Целью изучения дисциплины «Линейная алгебра» является освоение студентами теоретических и практических знаний, использование основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, приобретение умений и навыков в применении основных методов обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований, разработка средств реализуемых информационных и цифровые технологии.

Место дисциплины в учебном плане: дисциплина включена в базовую часть учебного плана по направлению подготовки **09.03.03 «Прикладная информатика».**

Требования к результатам освоения дисциплины: в результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции: УК-1.1, УК-1.2; УК-1.3; ОПК-1.1, ОПК-1.2, ПК-3(MF-1).1; ПК-3 (MF-1).2.

Краткое содержание дисциплины: элементы линейной и векторной алгебры, элементы аналитической геометрии.

Общая трудоемкость дисциплины: 3 зач.ед. (108 часов)

Промежуточный контроль: экзамен

1. ЦЕЛЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью изучения дисциплины «Линейная алгебра» является освоение студентами теоретических и практических знаний, использование основных законов естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности, приобретение умений и навыков в применении основных методов обработки, анализа и синтеза результатов профессиональных исследований, разработка средств реализуемых информационных технологий.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В УЧЕБНОМ ПРОЦЕССЕ

Дисциплина «Линейная алгебра» включена в обязательный перечень дисциплин учебного плана базовой части. Дисциплина «Линейная алгебра» реализуется в соответствии с требованиями ФГОС ВО и Учебного плана по направлению **09.03.03 «Прикладная информатика».**

Дисциплина «Линейная алгебра» является основополагающей для изучения следующих дисциплин: математический анализ, дискретная математика, теоретическая информатика, статистика, эконометрика и др.

Особенностью дисциплины является с одной стороны отсутствие предшествующих курсов в процессе обучения в вузе, а с другой – большое количество дисциплин, для которых математика и линейная алгебра являются основополагающими. Это влечёт за собой необходимость прикладывать особые усилия для формирования системы основных понятий, используемых для

описания важнейших математических моделей и математических методов, раскрытия взаимосвязи этих понятий, формирования навыков самостоятельной работы, организации исследовательской работы.

Рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра» для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья разрабатывается индивидуально с учетом особенностей психофизического развития, индивидуальных возможностей и состояния здоровья таких обучающихся.

3. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ, СООТНЕСЕННЫХ С ПЛАНИРУЕМЫМИ РЕЗУЛЬТАТАМИ ОСВОЕНИЯ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Изучение данной учебной дисциплины направлено на формирование у обучающихся профессиональных компетенций, представленных в таблице 1.

Таблица 1

Требования к результатам освоения учебной дисциплины

№ п/п	Код компетенц ии	Содержание компетенции (или её части)	Индикаторы компетенций	В результате изучения учебной дисциплины обучающиеся осваивают следующий уровень:		
				знать	уметь	владеть
	ПК-3 (MF-1)	Способен применять современную теоретическую математику для разработки новых алгоритмов и формулирования перспективных задач ИИ.	<p>ПК-3 (MF-1).1 Применяет аппарат теории вероятностей, матстатистики и теории информации для формулирования и анализа задач искусственного интеллекта.</p> <p>Уровень: Продвинутый</p> <p>Уровень освоения индикатора: Применяет методы теории вероятностей, статистики и теории информации для решения задач анализа данных, оценки параметров моделей и анализа статистических зависимостей в задачах ИИ.</p>	<p>ковариационные матрицы, собственные значения и векторы, матричные разложения (SVD, Холецкого), случайные векторы, положительно определенные матрицы, матричное дифференцирование, нормы и метрики в контексте теории вероятностей, матстатистики и теории информации для формулирования и анализа задач искусственного интеллекта</p>	<p>использовать ковариационные матрицы, собственные значения и векторы, матричные разложения (SVD, Холецкого), случайные векторы, положительно определенные матрицы, матричное дифференцирование, нормы и метрики в контексте теории вероятностей, матстатистики и теории информации для формулирования и анализа задач искусственного интеллекта</p>	<p>опытом применения ковариационных матриц, собственных значений и векторов, матричного разложения (SVD, Холецкого), случайных векторов, положительно определенных матриц, матричного дифференцирования, норм и метрик в контексте теории вероятностей, матстатистики и теории информации для формулирования и анализа задач искусственного интеллекта</p>
			<p>ПК-3 (MF-1).2 Применяет аппарат теории вероятностей для исследования методов и моделей машинного обучения</p> <p>Уровень: Продвинутый</p> <p>Уровень освоения индикатора: Формулирует отличия в постановке задачи о проверке гипотезы от постановки для популярных критериев, применяет специализированные критерии.</p>	<p>собственные значения, SVD, Холецкий; градиент/Гессиан в матричной форме, производные следа/определителя базисы, проекции; степени матриц, спектр Лапласиана</p>	<p>работать с многомерными распределениями (плотности, генерация выборок); оптимизировать параметры графовых моделей через матричные производные; формализовать и решать МППР в матричной форме; использовать РСА и матрицы рассеяния для анализа данных</p>	<p>Навыками использования единого матричного аппарата для описания вероятностных моделей; выбора устойчивых численных методов для больших моделей; абстрактного представления латентных пространств; синтезом вероятностных и алгебраических структур</p>

		<p>Применяет теоретические основы графических вероятностных моделей и знает их основные виды, формализует связь между вероятностными моделями и генеративными моделями машинного обучения, обучает и применяет многомерные графовые вероятностные модели на практике.</p> <p>Применяет теоретические основы марковских процессов принятия решений, математически формализует связь алгоритмов обучения с подкреплением и марковских процессов принятия решений</p>			
--	--	--	--	--	--

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1. Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ по семестрам

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зач. ед. (108 часов), их распределение по видам работ по семестрам представлено в таблице 2.

Таблица 2

Распределение трудоёмкости дисциплины по видам работ

Вид учебной работы	Трудоёмкость	
	час.	В т.ч. по семестрам
		№1
Общая трудоёмкость дисциплины по учебному плану	108/4	108/4
1. Контактная работа:	70,4/4	70,4/4
Аудиторная работа	70,4/4	70,4/4
<i>в том числе:</i>		
лекции (Л)	34	34
практические занятия (ПЗ)	34/4	34/4
лабораторные работы (ЛР)	0	0
курсовая работа (проект) (КР/КП) (консультация, защита)	0	0
консультации перед экзаменом	2	2
контактная работа на промежуточном контроле (КРА)	0,4	0,4
2. Самостоятельная работа (СРС)	37,6	37,6
самостоятельное изучение разделов, самоподготовка (проработка и повторение лекционного материала и материала учебников и учебных пособий, подготовка к лабораторным и практическим занятиям, коллоквиумам и т.д.)	10,6	10,6
Подготовка к экзамену (контроль)	27	27
Подготовка к зачёту/ зачёту с оценкой (контроль)	0	0
Вид промежуточного контроля:	экзамен	

4.2. Содержание дисциплины

Таблица 3

Тематический план учебной дисциплины

Наименование разделов и тем дисциплин	Всего	Аудиторная работа			Внеаудиторная работа СР
		Л	ПЗ	ПКР	
Раздел 1 «Элементы линейной алгебры»	55,3	16	16	0	5,3
Раздел 2 «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»	59,3	18	18	0	5,3
Подготовка к экзамену	29	0	0	27	27
Контактная работа на промежуточном контроле (КРА)	0,4	0	0	0,4	0
Итого по дисциплине	144	34	34	0,4	37,6

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

Тема 1 Матрицы и определители

Матрицы, виды матриц. Операции над матрицами: сложение, умножение на число, умножение матриц, возведение в степень, транспонирование. Элементарные преобразования матриц. Ранг матрицы.

Определители. Обратная матрица. Понятие определителя n -го порядка. Свойства определителей. Минор и алгебраическое дополнение. Вычисление определителей.

Тема 2. Системы линейных уравнений

Основные понятия: матрица системы, расширенная матрица системы, решение системы, совместные и несовместные системы.

Методы решения систем n уравнений с n неизвестными: матричный метод, метод Крамера, метод Гаусса. Решение систем линейных однородных уравнений.

Раздел 2 Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии

Тема 3. Элементы векторной алгебры

Векторы. Равные векторы, коллинеарные. Линейные операции над векторами: сложение, вычитание, умножение на число. Линейная зависимость векторов.

Базис, разложение вектора по базису. Координаты вектора. Деление отрезка в заданном отношении. Скалярное произведение векторов.

Тема 4. Основы аналитической геометрии на плоскости

Прямая линия

Уравнение линии. Прямая, различные формы ее уравнения: общее уравнение прямой, уравнение прямой с угловым коэффициентом. Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении, уравнение прямой в отрезках. Уравнение пучка прямых. Угол между прямыми, условия параллельности и перпендикулярности прямых. Расстояние от точки до прямой.

Линии второго порядка

Общее уравнение линии второго порядка. Окружность. Эллипс, каноническое уравнение, его характеристики. Гипербола, каноническое уравнение, её характеристики. Парабола, каноническое уравнение, её характеристики.

Тема 5. Стереометрия

Векторное и смешанное произведение векторов и их свойства. Прямые и плоскости в пространстве, уравнения прямых и плоскостей. Поверхности второго порядка.

4.3. Лекции и практические занятия

Таблица 4

Содержание лекций, практических занятий и контрольные мероприятия

№ п/п	№ раздела	№ и название лекций, практических занятий	Формиру- емые компетен- ции	Вид контрольного мероприятия ¹	Кол- во часов
1.	Раздел 1. Элементы линейной алгебры				32
Тема 1. Матрицы и определители	Лекция №1. Основные сведения о матрицах. Операции над матрицами.	УК-1.1, УК-1.2; УК-1.3; ОПК- 1.1, ОПК- 1.2, ПК- 3(MF- 1).1; ПК-3 (MF- 1).2.	Контрольная работа №1	2	
			Контрольная работа №1	2	
	Лекция 2 Определители 2-го 3-го порядка. Минор, алгебраическое дополнение, п го порядка, их свойства. Практическое занятие 2 Вычисление определителей п го порядка.		Контрольная работа №1	2	
			Контрольная работа №1	2	
	Лекция 3 Обратная матрица. Матричные уравнения. Ранг матрицы. Практическое занятие 3. Нахождение обратной матрицы, решение матричных уравнений		Контрольная работа №1	2	
			Контрольная работа №1	2	
	Лекция 4 Линейная зависимость и независимость рядов матрицы. Практическое занятие 4. Нахождение ранга матрицы, определение линейно –ависимых и независимых рядов.		Контрольная работа №1	2	
			Контрольная работа №1	2	
Тема 2. Системы линейных уравнений	Лекция № 5 Системы линейный уравнений, их виды. Разрешимость. Методы решений квадратных систем линейных уравнений. Практическое занятие № 5 Решение систем методом Крамера	УК-1.1, УК-1.2; УК-1.3; ОПК- 1.1, ОПК- 1.2, ПК- 3(MF- 1).1; ПК-3 (MF- 1).2.	Контрольная работа №1	2	
			Контрольная работа №1	2	
	Лекция 6 Решение прямоугольных систем. Системы однородных линейных уравнений. Фундаментальная система решений		Контрольная работа №1	2	
			Контрольная работа №1	2	
	Практическое занятие № 6 Решение систем методом Гаусса		Контрольная работа №1	2	
			Контрольная работа №1	2	
	Лекция 7. Линейные		Контрольная работа №1	2	

№ п/п	№ раздела	№ и название лекций, практических занятий	Формируемые компетенции	Вид контрольного мероприятия ¹	Кол-во часов
		пространства. Линейно зависимые и независимые системы векторов. Практическое занятие 7 Решение матричных уравнений Лекция 8. Функции в линейных пространствах. Практическое занятие 8 Контрольная работа №1		№1 Контрольная работа №1 Контрольная работа №1	
2.		Раздел 2. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии			36
	Тема 3. Элементы векторной алгебры	Лекция №9 Векторы и линейные операции над ними. Разложение вектора по ортам координатных осей Практическое занятие № 9 Линейные операции над векторами. Лекция 10 Скалярное произведение векторов. Векторное произведение векторов. Практическое занятие 10. Нахождение скалярного и векторного произведения векторов Лекция 11. Смешанное произведение векторов и его свойство. Практическое занятие 11. Контрольная работа №2	УК-1.1, УК-1.2; УК-1.3; ОПК- 1.1, ОПК- 1.2, ПК- 3(MF- 1).1; ПК-3 (MF- 1).2.	Контрольная работа №2 Контрольная работа №2 Контрольная работа №2 Контрольная работа №2 Контрольная работа №2	2 2 2 2 2
	Тема 4. Основы аналитической геометрии на плоскости	Лекция №12. Метод координат. Уравнение линии на плоскости. Практическое занятие 12. Решение задач на метод координат. Лекция №13 Различные виды уравнений прямой линии на плоскости. Практическое занятие 13. Составление уравнений прямых Лекция №14 Кривые второго порядка Практическое занятие №14 Определение и построение кривых второго порядка на плоскости.	УК-1.1, УК-1.2; УК-1.3; ОПК- 1.1, ОПК- 1.2, ПК- 3(MF- 1).1; ПК-3 (MF- 1).2.	Контрольная работа №3. Контрольная работа №3. Контрольная работа №3.. Контрольная работа №3. Контрольная работа №3.	2 2 2 2 2
	Тема 4. Основы аналитической	Лекция №15 Прямые и плоскости в пространстве. Практическое занятие №15	УК-1.1, УК-1.2;	Контрольная работа №3. Контрольная работа	2 2

№ п/п	№ раздела	№ и название лекций, практических занятий	Формируемые компетенции	Вид контрольного мероприятия ¹	Кол-во часов
ои геометрии в пространстве	Составление уравнений прямых и плоскостей в пространстве. Лекция 16. Поверхности второго порядка	УК-1.3; ОПК-1.1, ОПК-1.2, ПК-3(MF-1).1; ПК-3 (MF-1).2.	№3.		
			Контрольная работа №3.	2	
	Практическое занятие №16 Решение задач на определение поверхностей второго порядка.		Контрольная работа №3.	2	
	Лекция 17 Поверхности в быту и в строительстве		Контрольная работа №3.	2	
	Практическое занятие №17 Контрольная работа №3.				2

4.4. Перечень вопросов для самостоятельного изучения дисциплины

Таблица 5

Перечень вопросов для самостоятельного изучения дисциплины

№ п/п	№ раздела и темы	Перечень рассматриваемых вопросов для самостоятельного изучения
Раздел 1 Элементы линейной алгебры		
1.	Тема 1, 2	Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре, Обратная матрица. Способы нахождения обратной матрицы. Однородные системы линейных уравнений
Раздел 2 Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии		
2.	Тема 3	Свойства скалярного, векторного и смешанного произведения векторов
3.	Тема 4	Цилиндрические и конические поверхности второго порядка

5. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

При реализации программы дисциплины используются следующие современные методики и технологии обучения:

- гибкая архитектура программ – 25% содержания ежегодно обновляется с участием индустрии с учетом отраслевой направленности;
- адаптивные технологии взаимодействия с профессионалами из индустрии (наставничество, кейсы от индустриальных партнеров);
- проектно-соревновательный подход – хакатоны и командные решения отраслевых задач;
- проблемно-ориентированное обучение – работа над кейсами от индустриальных партнёров;
- решение практических задач на практических занятиях в лабораториях центра «Институт цифровой трансформации в АПК».

6. ТЕКУЩИЙ КОНТРОЛЬ УСПЕВАЕМОСТИ И ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО ИТОГАМ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

6.1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений и навыков и опыта деятельности

Кейс-задача 1.

Один фермер сдал на заготовительную базу 4 тонны пшеницы, две тонны ячменя и одну тонну кукурузы и получил 170 тысяч рублей прибыли, второй фермер на ту же базу сдал три тонны пшеницы, тонну ячменя, и две тонны кукурузы, и получил 175 тысяч рублей, третий фермер сдал тонну пшеницы, три тонны ячменя, три тонны кукурузы и получил 220 тысяч рублей. Какова цена за тонну пшеницы, ячменя и кукурузы на заготовительной базе?

На основании этой задачи составить похожую задачу, ориентируясь на среднерыночные цены данных зерновых и сопоставить среднерыночные цены с полученными ответами в данной задаче.

Кейс-задача 2.

Программа-рендерер обрабатывает 3D-модель, состоящую из треугольных полигонов (треугольников). Для корректного отображения модели (например, применения освещения или отбраковки невидимых граней) необходимо определить нормаль к каждому треугольнику. Нормаль - это единичный вектор, перпендикулярный плоскости треугольника. Его направление (внутрь или наружу объекта) критически важно для расчёта освещённости и определения лицевой стороны грани. В пространстве заданы координаты вершин одного треугольника полигональной сетки: A(1, 0, 2), B(3, 2, 1) C(0, 1, 4) Координаты даны в условных единицах мировой системы координат. Найдите вектор нормали n к плоскости этого треугольника. Нормализуйте его (приведите к единичной длине), так как для расчётов освещения часто требуется именно единичная нормаль.

Кейс-задача 3

В алгоритме физического движка или навигационной системы используется пространственное разбиение с помощью сетки тетраэдров (тетраэдральная сетка). Для определения, в какой ячейке (тетраэдре) находится объект (например, частица в жидкости или точка маршрута), необходимо быстро проверить, лежит ли произвольная точка 'P' внутри заданного тетраэдра ABCD. Эффективность этой проверки критична для производительности. В пространстве заданы координаты вершин тетраэдра (в порядке, определяющем положительную ориентацию): A(0, 0, 0), B(2, 0, 0), C(1, 2, 0) D(1, 1, 2) Лежит ли точка P(1, 0.5, 0.5) внутри тетраэдра ABCD? На основании этой задачи составить задачу определения принадлежности точки к правильному тетраэдру со стороной 1 ед.

Примерные вопросы для устного опроса

Раздел 1. Элементы линейной алгебры

1. Что называется матрицей? Как определяются линейные операции над матрицами, и каковы их свойства?
2. Что называется произведением двух матриц? Каковы свойства произведения матриц?
3. Что называется определителем? Каковы основные свойства определителей?
4. Что называется минором и алгебраическим дополнением? Сформулируйте теорему Лапласа.
5. Что называется матрицей и расширенной матрицей системы линейных уравнений?
6. Что называется решением системы линейных уравнений? Какие системы называются совместными, а какие — несовместными?
7. Сформулируйте теорему Крамера. В каком случае она применима?
8. Что можно сказать о системе линейных уравнений, если её определитель равен нулю?
9. Сформулируйте элементарные преобразования над строками матрицы.
- 10.Что называется рангом матрицы? Как его можно найти?
- 11.Сформулируйте теорему Кронекера — Капелли.
- 12.Опишите метод Гаусса решения и исследования систем линейных уравнений.
- 13.Какие неизвестные в системе линейных уравнений, и в каком случае называют свободными, а какие базисными? Что называется общим решением системы линейных уравнений?
- 14.Какая матрица называется обратной для данной матрицы? Всегда ли существует обратная матрица? Как можно найти обратную матрицу?
- 15.В чём состоит матричный способ решения систем линейных уравнений?

Раздел 2. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии

- 16.Что называется вектором и модулем вектора?
- 17.Какие векторы называются коллинеарными, компланарными?
- 18.Какие операции над векторами называются линейными, и какие свойства этих операций?
- 19.Как выражаются координаты вектора через координаты его начальной и конечной точек?
- 20.Что называется скалярным произведением двух векторов, каковы его свойства и как оно выражается через координаты векторов – сомножителей?
- 21.Запишите формулы для длины вектора, угла между двумя векторами и расстояния между двумя точками.
- 22.Сформулируйте условия коллинеарности и перпендикулярности двух векторов.
- 23.Как определяется линейное (векторное) пространство? Приведите примеры.
- 24.Сформулируйте определения линейной зависимости и независимости векторов.

25. Что называется размерностью линейного пространства? Приведите примеры.

26. Какие линии и поверхности называются алгебраическими?

27. Что называется угловым коэффициентом прямой на плоскости, и каков его геометрический смысл?

28. Что называется направляющим вектором прямой, нормальным вектором прямой?

29. Как записывается уравнение прямой, проходящей через две точки на плоскости?

30. Запишите общее уравнение прямой и укажите геометрический смысл параметров уравнения.

31. Как вычисляются углы между двумя прямыми?

32. Каковы условия параллельности и перпендикулярности двух прямых?

33. Каков геометрический смысл неравенства первой степени с двумя переменными?

34. Каковы канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы?

35. Что называется фокусами, директрисами и эксцентриситетом эллипса, гиперболы и параболы?

36. Что называется асимптотами гиперболы?

37. Запишите каноническое уравнение прямой в пространстве.

38. Запишите общее уравнение плоскости в пространстве и укажите геометрический смысл, входящих в него параметров.

Примерные задачи для контрольных работ (текущий контроль)

Контрольная работа №1 по теме «Элементы линейной алгебры»

1. Даны матрицы А и В. Найти матрицу $C = A \cdot B^T$.

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 4 & -1 & 2 \\ -3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$ двумя способами:

а) методом треугольников; б) разложением по элементам второго столбца.

3. Вычислите определитель, используя свойства и теорему Лапласа

$$\begin{vmatrix} -1 & 2 & -2 & 1 \\ 0 & 3 & -2 & 3 \\ 1 & -2 & 1 & -1 \\ 3 & 1 & 2 & -2 \end{vmatrix}$$

4. Найти ранг матрицы $\begin{pmatrix} 2 & -1 & -1 & 2 \\ 3 & 1 & -1 & 2 \\ -4 & -3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Исследовать систему на совместность и найти её решение

$$\begin{cases} 2x + y + 3z = 13, \\ -x + 4y + 2z = 13, \\ 3x - 2y - z = -4. \end{cases}$$

Контрольная работа №2 по теме «Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии»

1. Даны векторы $\vec{a} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 1.5\vec{k}$. Выяснить, будут ли они коллинеарны?
2. При каких значениях m будут перпендикулярны векторы $\vec{a} = m\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + m\vec{k}$?
3. Угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 30° . Вычислить скалярное произведение этих векторов, если $\vec{a} = 3\vec{i} + 3\vec{j}$, $|\vec{b}| = 8$.
4. Найти угол между вектором $\vec{a} = (3; -2; 5)$ и осью ОХ.
5. Составьте уравнение прямой, проходящей через две точки $A(-2; 3)$ и $B(1; -2)$. Преобразуйте его к общему уравнению. Сделайте чертёж.
6. Составьте уравнение прямой, перпендикулярной прямой $4x + 2y - 3 = 0$ и проходящей через точку $M(-3; 2)$.
7. Для кривой II порядка $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$ найти числовые характеристики. Сделайте чертёж.

Индивидуальное домашнее задание №1 по теме «Элементы линейной алгебры»

(варианты берутся из учебного пособия Гончарова З. Г. Математика – М.: Изд-во РГАУ – МСХА имени К. А. Тимирязева, 2011.)

1. Найдите значение выражения $A \cdot B^T - 2C^2$, если

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 & 4 & -3 \\ 3 & -3 & -4 & 1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Вычислите определитель третьего порядка

$$\begin{vmatrix} -3 & -4 & -1 \\ 1 & 2 & 6 \\ -5 & 7 & 1 \end{vmatrix} \quad \text{с помощью: 1) метода треугольников; 2) разложением по}$$

элементам второго столбца; в) приведением определителя к треугольному виду.

3. Вычислите определитель 4-го порядка, используя свойства определителей

и теорему Лапласа

$$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 3 \\ 2 & 4 & -3 & 1 \\ 3 & -3 & 5 & -2 \\ 1 & 2 & 3 & -1 \end{vmatrix}$$

4. Решите систему линейных уравнений

$$\left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 4 & -2 \\ 1 & 2 & -2 & 3 \\ 3 & 1 & -1 & 4 \end{array} \right)$$

а) по формулам Крамера; б) методом Гаусса; в) матричным методом.

4. Исследуйте систему линейных уравнений

$$\left(\begin{array}{cccc|c} 5 & 12 & 5 & 3 & 10 \\ 4 & 3 & 1 & 3 & 2 \\ 5 & 12 & 5 & 3 & 10 \end{array} \right)$$

на совместность.

Если система совместная, то выясните, является она определённой или неопределённой. Для определённой системы найдите её единственное решение. Для неопределённой системы найдите общее решение и одно частное решение.

Индивидуальное домашнее задание №2 по теме «Элементы векторной алгебры»

(варианты берутся из учебного пособия: Дёмина Т. Ю., Неискашова Е.В., Иванцова Н. Н. – Высшая математика: Индивидуальные задания. – М.: Изд-во РГАУ – МСХА имени К. А. Тимирязева, 2008.)

1. На плоскости xOy даны точки $A(1;2), B(-3;-5), C(-2;-1)$. Постройте вектор

$$\vec{m} = \overrightarrow{AB} - 3\overrightarrow{BC}.$$

2. Найдите длину вектора $2\overrightarrow{AB} - \overrightarrow{BC}$, если известно, что $A(3;0;1), B(-2;0;4), C(-5;-1;3)$.

3. Найдите косинус угла между векторами $2\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{a} + 5\vec{b}$, если известно, что $\vec{a} = \vec{i} + 5\vec{j} + \vec{k}, \vec{b} = \vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$.

4. При каком значении x векторы $\vec{a}\{-2; x; 1\}$ и $\vec{b}\{-x; x; -3\}$ будут взаимно перпендикулярными?

5. При каком значении y векторы $\vec{a}\{y; -1; 1\}$ и $\vec{b}\{12; -3; y - 1\}$ будут взаимно перпендикулярными?

6. Найдите скалярное произведение векторов $5\vec{a} - \vec{b}$ и $4\vec{a} + 2\vec{b}$, если известно, что $|\vec{a}| = 1, |\vec{b}| = 2\sqrt{3}$, а угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 30° .

Индивидуальное домашнее задание №3 по теме «Элементы аналитической геометрии»

(варианты берутся из учебного пособия Гончарова З. Г. Математика – М.: Изд-во РГАУ – МСХА имени К. А. Тимирязева, 2011.)

На плоскости даны точки $A(-3; -2), B(0; 4), C(2; 2)$. Построить треугольник ABC .

Найти:

- 1) длину и уравнение стороны AC (записать общее, каноническое, уравнение с угловым коэффициентом, если это возможно);
- 2) косинус внутреннего угла треугольника при вершине B ;

- 3) уравнение прямой, проходящей через точку B параллельно стороне AC ;
 4) уравнение высоты, проведённой из вершины B к стороне AC и длину этой высоты;
 5) уравнение медианы, проведённой к стороне AC ;
 6) площадь треугольника ABC .

Критерии оценки выполнения контрольных и индивидуальных работ:

Шкала оценивания	Оценка
85-100% правильно решенных заданий	“5” (отлично)
60-84% правильно решенных заданий	“4” (хорошо)
40-59% правильно решенных заданий	“3” (удовлетворительно)
0-39% правильно решенных заданий	“2” (неудовлетворительно)

Примерный перечень вопросов к экзамену по дисциплине

1. Основные виды матриц (дать определения, привести примеры).
2. Линейные операции над матрицами (дать определения, привести примеры).
3. Умножение матриц (дать определения, привести примеры). Свойства операции умножения матриц (пояснить на примерах).
4. Определители II и III порядков (дать определения, привести примеры).
5. Свойства определителей (доказательство одного из них).
6. Миноры и алгебраические дополнения (дать определения, привести примеры).
7. Определитель n го порядка, теорема Лапласа (доказать).
8. Обратная матрица (дать определение). Сформулировать условие существования обратной матрицы. Алгоритм нахождения обратной матрицы.
9. Элементарные преобразования матрицы. Эквивалентные матрицы.
10. Ранг матрицы (дать определение, доказать теорему).
11. Основные понятия о системах линейных уравнений: решение системы, совместные и несовместные, определённые и неопределённые(дать определения, привести примеры).
12. Теорема Крамера (доказать). Привести пример решения системы двух уравнений с двумя неизвестными методом Крамера.
13. Матричный метод решения систем линейных уравнений. Привести пример решения системы двух уравнений с двумя неизвестными матричным методом.
14. Метод Гаусса в решении СЛУ (сформулировать суть метода, привести пример решения системы двух уравнений с двумя неизвестными методом Гаусса).
15. Теорема о совместности СЛУ (сформулировать). Общее решение и частные решения неопределённой СЛУ.
16. Однородная система линейных уравнений. Теореме о нетривиальном решении СЛОУ (доказать).
17. Скалярные и векторные величины. Вектор, равенство векторов (дать определения, привести примеры).
18. Линейные операции над векторами (дать определения, привести примеры). Свойства линейных операций (сформулировать).
19. Скалярное произведение векторов (дать определение). Свойства скалярного произведения (доказать любые два).
20. Разложении вектора по осям координатных осей, координаты вектора (вывод).
- 21.. Выражении скалярного произведения через координаты (вывести).

22. Коллинеарные векторы (дать определения, привести примеры). Необходимое и достаточное условие коллинеарности векторов (сформулировать теорему).
23. Необходимое и достаточное условие перпендикулярности двух ненулевых векторов (доказать теорему).
24. Н- мерный вектор, векторное пространство (дать определения, сформулировать аксиомы).
25. Линейная комбинация векторов, линейно зависимые и линейно независимые векторы, базис (дать определения, доказать теорему).
26. Системы координат, деление отрезка в заданном отношении (вывести формулу).
27. Уравнение линии на плоскости (дать определения, привести примеры). Уравнение окружности (вывести).
28. Уравнение прямой, проходящей через две точки (вывести, привести пример).
29. Уравнение прямой с угловым коэффициентом (вывести). Геометрический смысл параметров уравнения прямой с угловым коэффициентом. Частные случаи уравнения прямой с угловым коэффициентом.
30. Нормальный вектор прямой (дать определение). Общее уравнение прямой (вывести), частные случаи общего уравнения прямой.
31. Условие параллельности двух прямых (вывести формулу, привести пример).
32. Условие перпендикулярности двух прямых (вывести формулу, привести пример).
33. Угол между двумя прямыми (вывести формулу).
34. Расстояние от точки до прямой (вывести формулу).
35. Направляющий вектор прямой (дать определение). Уравнение прямой, проходящей через данную точку в данном направлении (вывести уравнение, привести пример). Пучок прямых.
36. Кривые II порядка (дать определение). Уравнение окружности (вывести).
37. Кривые второго порядка (дать определение). Эллипс (вывести каноническое уравнение) и его характеристики.
38. Кривые второго порядка (дать определение). Гипербола (вывести каноническое уравнение) и её характеристики.
39. Кривые второго порядка (дать определение). Парабола (вывести каноническое уравнение) и её характеристики.
40. Уравнения плоскостей в пространстве.
41. Уравнения прямых в пространстве.
42. Взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве.
43. Векторное произведение и его свойства.
44. Смешанное произведение и его свойства.
45. Поверхности второго порядка и их уравнения.

Примерный перечень задач (текущий и промежуточный контроль)

1. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 4 & 1 \\ 3 & -5 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 2 \\ 3 & -3 & -1 \end{pmatrix}$. Найти произведения матриц $A \cdot B$; $B \cdot A$, если это возможно (пояснить).

2. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -3 & 2 & -1 \\ 2 & 3 & 1 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 \\ 2 & -2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти матрицы:

a) $C = 2A + 3B$; б) $C = A \cdot B^T$; в) $C = B - A^2$; г) $C = B^{-1}$.

3. Найти ранг матриц: а) $\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 5 \\ 7 & 8 & 9 \end{pmatrix}$; б) $\begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 3 & 2 & -4 & 2 \\ 5 & -2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$.

4. Решить матричное уравнение: $\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 2 & -3 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -2 & 3 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$.

5. Дано матричное уравнение $A \cdot X \cdot B - C = D$. Записать формулу для нахождения матрицы X .

6. Решите системы линейных уравнений тремя способами: по формулам Крамера; матричным методом; методом Гаусса.

а) $\begin{cases} x - y = -1, \\ 2x + y = 7; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 6, \\ 4x_1 + 5x_2 + 6x_3 = 9, \\ 7x_1 + 8x_2 = -6. \end{cases}$

7. Исследовать СЛУ методом Гаусса; если она совместна, то найти её общее и одно частное

решение: $\begin{cases} x_1 + x_2 - x_3 = -4, \\ x_1 + 2x_2 - 3x_3 = 0, \\ -2x_1 - 2x_3 = 16. \end{cases}$

8. Даны точки $A(3;-2;5)$ и $B(-1;3;-1)$. Выразить вектор \overrightarrow{AB} через орты $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ и вычислить его длину.

9. Даны точки $A(3;-2;5)$ и $B(-1;3;-1)$. Вычислить расстояние от начала координат до середины отрезка AB .

10. Вычислить скалярное произведение $(2\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{a}$, если $\vec{a}(-2;0;-1), \vec{b}(0;-2;1)$.

11. Даны векторы $\vec{a} = 4\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 1.5\vec{k}$. Выяснить, будут ли они коллинеарны?

12. При каких значениях m будут перпендикулярны векторы

$$\vec{a} = m\vec{i} - 2\vec{j} + 3\vec{k} \text{ и } \vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + m\vec{k}?$$

13. Угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 30° . Вычислить скалярное произведение этих векторов, если $\vec{a} = 3\vec{i} + 3\vec{j}$, $|\vec{b}| = 8$.

14. Найти угол между вектором $\vec{a} = (3;-2;5)$ и осью ОХ.

15. Выясните, являются ли следующие векторы линейно зависимыми или линейно независимыми: а) $\vec{a}_1 = (2;-4;10), \vec{a}_2 = (-1;2;-5)$; б) $\vec{a}_1 = (3;-1;-2), \vec{a}_2 = (0;1;-4), \vec{a}_3 = (-3;1;4)$.

16. Докажите, что векторы $\vec{e}_1 = (2;-3;4), \vec{e}_2 = (-2;1;-4), \vec{e}_3 = (0;-1;2)$ образуют базис трёхмерного пространства и найдите координаты вектора $\vec{a} = (-2;-2;-6)$.

17. Составьте уравнение прямой, проходящей через две точки $A(-2; 3)$ и $B(1; -2)$. Преобразуйте его к общему уравнению. Сделайте чертёж.

18. Составьте уравнение прямой, заданной точкой $M(-3; 2)$ и направляющим вектором $\vec{s}(2; 4)$. Укажите её угловой коэффициент. Сделайте чертёж.

19. Составьте уравнение прямой, заданной точкой $M(-3; 2)$ и нормальным вектором $\vec{s}(2; 4)$. Преобразуйте его к уравнению в отрезках. Сделайте чертёж.

20. Составьте уравнение прямой, проходящей через точку $M(-3; 2)$ и :

- а) параллельно прямой $x + 3y - 2 = 0$;
- б) перпендикулярно прямой $4x + 2y - 3 = 0$. Сделайте чертёж.
21. Даны кривые II порядка: а) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = 1$; б) $\frac{x^2}{16} - \frac{y^2}{9} = 1$; в) $y^2 = -6x$. Найти их числовые характеристики. Сделайте чертёж.

6.2. Описание показателей и критериев контроля успеваемости, описание шкал оценивания

Виды текущего контроля: контрольные работы.

В каждой контрольной работе 5 заданий. Чтобы получить за контрольную работу оценку 3 студенту необходимо решить 2 задания, чтобы получить оценку 4 – студенту необходимо решить 4 задания, чтобы получить оценку 5 студенту необходимо решить все задания

Критерии оценивания результатов обучения

Оценка	Критерии оценивания
Высокий уровень «5» (отлично)	оценку «отлично» заслуживает студент, освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал без пробелов; выполнивший все задания, предусмотренные учебным планом на высоком качественном уровне; практические навыки профессионального применения освоенных знаний сформированы. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – высокий.
Средний уровень «4» (хорошо)	оценку «хорошо» заслуживает студент, практически полностью освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не оценены максимальным числом баллов, в основном сформировал практические навыки. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – хороший (средний).
Пороговый уровень «3» (удовлетворительно)	оценку «удовлетворительно» заслуживает студент, частично с пробелами освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, многие учебные задания либо не выполнил, либо они оценены числом баллов близким к минимальному, некоторые практические навыки не сформированы. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, сформированы на уровне – достаточный.
Минимальный уровень «2» (неудовлетворительно)	оценку «неудовлетворительно» заслуживает студент, не освоивший знания, умения, компетенции и теоретический материал, учебные задания не выполнил, практические навыки не сформированы. Компетенции, закреплённые за дисциплиной, не сформированы.

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1 Основная литература

1. Линейная алгебра : учебное пособие / О. И. Воронин, В. А. Жулего, С. М. Демидов [и др.]. — Вологда : Инфра-Инженерия, 2023. — 176 с. — ISBN 978-5-9729-1556-9. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/347519> (дата обращения: 18.08.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

2. Постников, М. М. Линейная алгебра : учебное пособие / М. М. Постников. — 3-е изд., испр. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 400 с. — ISBN 978-5-8114-0890-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210350> (дата обращения: 18.08.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

3. Мальцев, И. А. Линейная алгебра : учебное пособие / И. А. Мальцев. — 2-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 384 с. — ISBN 978-5-8114-1011-8. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210503> (дата обращения: 18.08.2023). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

4. Дёмина Т. Ю., Иванцова Н. Н., Неискашова Е.В. – Высшая математика: Индивидуальные задания. – М.: Изд-во РГАУ – МСХА имени К. А. Тимирязева, 2008.

7.2 Дополнительная литература

1. Дёмина Т. Ю., Неискашова Е. В. – Математика: Сборник задач. – М.: Изд-во РГАУ – МСХА имени К. А. Тимирязева, 2010.
2. Демидович Б.П., Кудрявцев В.А. Краткий курс высшей математики. – М.: АСТ, 2005.
3. Гончарова З. Г. Математика. – М.: Изд-во РГАУ – МСХА имени К. А. Тимирязева, 2011.
4. Рудык Б. М., Ермаков В. И. и др. Общий курс высшей математики для экономистов. – М.: инфра – М.: 1999.
5. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. – М.: Айрис-пресс, 2004.

7.3 Нормативно правовые акты

Не применяются

7.4. Методические указания и другие рекомендации к заданиям

1. URL: https://portal.core.edu.au/conf-ranks/?search=A*+&by=all&source=CORE2023&sort=atitle&page=1
2. Материалы конференции International Conference on Machine Learning (ICML). – URL: <https://dblp.uni-trier.de/db/conf/icml/index.html>
3. Материалы конференции ACM SIGKDD Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD). – URL: <https://dblp.uni-trier.de/db/conf/kdd/index.html>
4. Материалы конференции Conference on Neural Information Processing Systems (NeurIPS). – URL: <https://dblp.uni-trier.de/db/conf/nips/index.html>
5. Материалы конференции Conference on Empirical Methods in Natural Language Processing (EMNLP). – URL: <https://dblp.uni-trier.de/db/conf/emnlp/index.html>
6. Материалы конференции European Conference on Computer Vision (ECCV). – URL: <https://dblp.uni-trier.de/db/conf/emnlp/index.html>
7. Материалы конференции IEEE International Conference on Data Mining (ICDM). – URL: <https://dblp.uni-trier.de/db/conf/icdm/index.html> и др.

8. ПЕРЕЧЕНЬ РЕСУРСОВ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ», НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

1. <http://www.math.ru/>(открытый доступ) - материалы по математике
2. <http://allmatematika.ru/> (открытый доступ) форум, математический сайт

3. http://www.exponenta.ru/educat/links/l_educ.asp (открытый доступ) – сайты математической и образовательной направленности: учебные материалы, тесты
4. <http://ru.wikipedia.org> (открытый доступ) Википедия
5. <http://www.exponenta.ru/> (открытый доступ) Образовательный математический сайт.
6. <http://algebraic.ru> (открытый доступ) – математическая энциклопедия;
7. <http://mathem.h1.ru> открытый доступ) - формулы и справочная информация по математике;
8. <http://fxyz.ru> (открытый доступ) - формулы и справочная информация по математике и физике.
9. <http://mathprofi.ru> (открытый доступ) - математические формулы и справочные материалы.
10. <http://www.yandex.ru> (открытый доступ) Яндекс

9. ПЕРЕЧЕНЬ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ И ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

Перечень программного обеспечения

№ п/п	Наименование раздела учебной дисциплины	Наименование программы	Тип программы	Автор	Год разработки
1	Все разделы	UNITEX Генератор вариантов контрольных работ	контролирующая	Карнаухов В.М.	2000г.

10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

10.1. Требования к аудиториям для проведения занятий

Лекции и практические занятия проводятся в стандартно оборудованных аудиториях университета.

Сведения об обеспеченности специализированными аудиториями, кабинетами, лабораториями

Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы (№ учебного корпуса, № аудитории)	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы**
1 учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций, учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации, помещение для самостоятельной работы (28 уч.к., ауд.133)	Парти 32 шт. Стулья 1 шт. Доска меловая 1 шт.
2 учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций, учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации, помещение для самостоятельной работы (12 уч.к., ауд.114)	Стол ученический с лавкой на металлокаркасе 16 шт. Доска настенная 3-элементная (меловая) 1 шт.
3 учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, учебная аудитория для групповых и	Стол ученический на металлокаркасе с подстольем 30 шт.

индивидуальных консультаций, учебная аудитория для текущего контроля и промежуточной аттестации, помещение для самостоятельной работы (12 уч.к., ауд.220)	Скамья на металлокаркасе 30 шт. Доска настенная 3-элементная (меловая) 1 шт.
учебная аудитория для проведения занятий семинарского типа, учебная аудитория для групповых и индивидуальных консультаций (12 уч.к., ауд.225)	Стол учебный 17 шт. Стул 24 шт. Доска меловая-магнитная зеленая 1 шт.

Имеются также читальные залы и компьютерные классы ЦНБ им Н.И.Железнова.

11. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ СТУДЕНТАМ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Важным фактором усвоения учебного материала является самостоятельная работа студентов. Она состоит из непрерывной работы по выполнению текущих заданий, индивидуальных заданий по разделам линейной алгебры.

Результативность самостоятельной работы студентов обеспечивается эффективной системой контроля, которая включает в себя опросы студентов по содержанию лекций, проверку выполнения текущих заданий, систематическую проверку выполнения индивидуальных заданий. Опросы по содержанию лекций и проверки выполнения текущих заданий проводятся на каждом практическом занятии, защита индивидуальных заданий в виде контрольной работы проводится перед экзаменом

Виды и формы отработки пропущенных занятий

Студент, пропустивший занятия обязан:

- 1) предоставить конспекты пропущенных лекций и практических занятий;
- 2) выполнить текущие и индивидуальные задания (пропущенные) с последующей защитой;
- 3) подготовиться к фронтальному опросу по материалу пропущенных лекций.

12. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПРЕПОДАВАТЕЛЯМ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

При преподавании курса необходимо ориентироваться на современные образовательные (в том числе цифровые) технологии. Аудиторная и самостоятельная работы должны быть направлены на углубление и расширение полученных знаний, на закрепление приобретенных навыков и применение формируемых компетенций. Кроме того, рекомендуется использовать дифференцированное обучение и активные методы проверки знаний при проведении контрольных работ. Это достигается путем организации индивидуальной самостоятельной работы студентов.

При проведении промежуточной аттестации важно учесть все виды работ, оценить уровень знаний студентов по всем разделам учебной дисциплины.

Примерный перечень экзаменационных вопросов должен доводиться до студентов в начале изучения дисциплины. При необходимости он может быть уточнен не позднее, чем за месяц до начала экзаменационной сессии. На его основе составляются экзаменационные билеты, утверждаемые заведующим кафедрой.

Программу разработал:

Лапшин Михаил Сергеевич, ассистент
кафедры прикладной информатики

РЕЦЕНЗИЯ
на рабочую программу модульной дисциплины
Б1.О.22 «Линейная алгебра» модуля
по направлению 09.03.03 «Прикладная информатика»
направленность «Системы искусственного интеллекта»

Коноплиным Николаем Александровичем, доцентом кафедры физики ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева», кандидатом технических наук (далее по тексту рецензент), проведена рецензия рабочей программы дисциплины «Линейная алгебра» ОПОП ВО по направлению: 09.03.03 «Прикладная информатика», направленность: «Системы искусственного интеллекта», разработанной в ФГБОУ ВО «Российский государственный аграрный университет – МСХА имени К.А. Тимирязева» на кафедре высшей математики (разработчик – Лапшин Михаил Сергеевич, ассистент кафедры прикладной информатики)

Рассмотрев представленные на рецензию материалы, рецензент пришел к следующим выводам:

1. Предъявленная рабочая программа дисциплины «Линейная алгебра» (далее по тексту Программа) соответствует требованиям ФГОС ВО по направлению 09.03.03 Прикладная информатика, компетентностно-ролевым моделям в сфере искусственного интеллекта. Программа содержит все основные разделы, соответствует требованиям к нормативно-методическим документам.

2. Представленная в Программе **актуальность** учебной дисциплины в рамках реализации ОПОП ВО не подлежит сомнению – дисциплина относится к обязательной части учебного цикла – Б1.

3. Представленные в Программе **цели** дисциплины соответствуют требованиям ФГОС ВО направления 09.03.03 Прикладная информатика, компетентностно-ролевым моделям в сфере искусственного интеллекта.

4. В соответствии с учебным планом и компетентностно-ролевыми моделями в сфере искусственного интеллекта, Программой за дисциплиной «Линейная алгебра» закреплены 7 компетенций. Дисциплина «Линейная алгебра» и представленная Программа способна реализовать их в объявленных требованиях.

5. **Результаты обучения**, представленные в Программе в категориях знать, уметь, владеть соответствуют специфике и содержанию дисциплины и демонстрируют возможность получения заявленных результатов.

6. Общая трудоёмкость дисциплины «Линейная алгебра» составляет 3 зач. ед. (108 часов).

7. Информация о взаимосвязи изучаемых дисциплин и вопросам исключения дублирования в содержании дисциплин соответствует действительности. Дисциплина «Линейная алгебра» взаимосвязана с другими дисциплинами ОПОП ВО и Учебного плана по направлению 09.03.02 «Информационные системы и технологии».,

8. Представленная Программа предполагает использование современных образовательных технологий, используемые при реализации различных видов учебной работы. Формы образовательных технологий соответствуют специфике дисциплины.

9. Виды, содержание и трудоёмкость самостоятельной работы студентов, представленные в Программе, соответствуют требованиям к подготовке выпускников, содержащимся во ФГОС ВО направления 09.03.03 «Прикладная информатика».,

10. Представленная и описанная в Программе форма *текущей* оценки знаний (контрольная работа), соответствуют специфике дисциплины и требованиям к выпускникам.

11. Форма промежуточного контроля знаний студентов, предусмотренная Программой, осуществляется в форме зачета с оценкой (семестр 1), что соответствует статусу дисциплины,

как дисциплины обязательной части учебного цикла – Б1 ФГОС ВО направления 09.03.03 «Прикладная информатика»

12. Формы оценки знаний, представленные в Программе, соответствуют специфике дисциплины и требованиям к выпускникам.

13. Учебно-методическое обеспечение дисциплины представлено: основной литературой – 4 источников (базовый учебник), дополнительной литературой – 5 наименований, интернет-ресурсами – 10 источников и соответствует требованиям ФГОС ВО направления 09.03.03 Прикладная информатика и компетентностно-ролевыми моделями в сфере искусственного интеллекта.

14. Материально-техническое обеспечение дисциплины соответствует специфике дисциплины «Линейная алгебра» и обеспечивает использование современных образовательных, в том числе интерактивных методов обучения.

15. Методические рекомендации студентам и методические рекомендации преподавателям по организации обучения по дисциплине дают представление о специфике обучения по дисциплине «Линейная алгебра».

ОБЩИЕ ВЫВОДЫ

На основании проведенной рецензии можно сделать заключение, что характер, структура и содержание рабочей программы дисциплины «Линейная алгебра» ОПОП ВО по направлению 09.03.03 «Прикладная информатика», направленность: «Системы искусственного интеллекта» (квалификация выпускника – бакалавр), разработанная ассистентом кафедры прикладной информатики, Лапшиным М.С., соответствует требованиям ФГОС ВО, компетентностно-ролевых моделей в сфере искусственного интеллекта, современным требованиям экономики, рынка труда и позволит при её реализации успешно обеспечить формирование заявленных компетенций.

Рецензент: Коноплин Н.А.,
доцент кафедры физики ФГБОУ ВО
«Российский государственный
аграрный университет – МСХА
имени К.А. Тимирязева», к.ф.-м.н.



(подпись)

«28» августа 2025 г.